應用電算統計分析

李榮萬 · 崔鳳鎬 · 韓元植 共著

應用電算統計分析

李榮萬 · 崔鳳鎬 · 韓元植 共著

鄕 文 社

應用電算統計分析

—APPLE II BASIC—

李榮萬 · 崔鳳鎬 · 韓元植
共　著

鄕　文　社

내가 오늘 이 책을 읽을 수 있다는 것은 내 생애에 가장 기록될 날이다. 훗날 내가 이 책을 다시 손에 들었을 때 오늘과 그 날을 비교하고, 나의 지식이 넓어졌음을 감개 깊게 느낄 것이다.

년 월 일

성 명

머 리 말

개인용 전산기(個人用 電算機 ; personal computer ; PC)의 대량 보급에 따라 이제는 누구라도 자기의 전산기를 가지고 직접 자신이 전산처리(電算處理)를 할 수 있게 되었다. 그러나, 아직도 전산프로그램을 직접 작성하여 이용할 수 있는 사람이 그렇게 많지 않아 효율적으로 전산기를 활용하지 못하고 있는 실정이다.

연구분야에서의 실험결과 성적분석(成績分析)의 전산처리는 대형 전산기에서는 기존의 통계분석 Package를 활용하고 있지만 소형 특히 개인용 전산기에서는 적합한 프로그램이 없어 어려움을 겪는 경우가 많다. 통계분석에 사용되는 프로그램은 개개인이 각자 만들 필요 없이 이미 만들어진 프로그램을 그대로 입력하여 이용할 수 있다.

현재 시중에 개인용 전산기를 대상으로 하는 프로그램책들이 많이 나와 있지만, 그 내용이 농업연구(農業研究)에서 많이 필요로 하는 실험설계(實驗設計)에서의 통계분석은 많이 제시되어 있지 않다. 이에 저자는 농업연구(農業研究)를 비롯한 각종 실험성적의 통계분석에 많이 이용되면서 아직 소개되지 않은 문제들을 프로그램으로 작성하여 전산프로그램을 작성하지 못하는 사람이라 하더라도 쉽게 자기의 실험성적을 전산처리할 수 있도록 하기 위하여 이 책을 펴 내게 되었다.

이 책에 수록된 내용들은 저자가 전산실과 대학에서 전산실무(電算實務)·연구 및 강의를 통하여 농업연구에서 많이 이용되고 있다고 생각되는 것들로서 각종 실험설계의 분산분석(分散分析)·회귀분석(回歸分析)·다변량해석(多變量解析)·유전통계(遺傳統計)·비모수분석(非母數分析) 등에 관한 문제를 계산방법의 해설과 함께 프로그램리스트를 제시하였다. 프로그램은 대부분 저자가 직접 작성하였고 일부분 다른 책을 참고하였다.

이 책에 수록된 프로그램은 현재 많이 보급되어 사용되고 있는 Apple II 기종에서 흔히 이용되고 있는 BASIC 언어로 작성하였으며, 성적의 입력방법은 대화식(對話式)으로 되어 있어 프로그램을 모르더라도 누구나 쉽게 이용할 수 있도록 하였고, 분석결과는 프린터에 인쇄되도록 되어 있지만 프린터가 없는 경우에는 프로그램리스트에서 PR # 1을 삭제하면 될 수 있도록 하였다.

이 책이 연구에 종사하고 있는 연구자의 통계분석이나 학부 및 대학원의 강의교재로서 조금이나마 도움이 되었으면 하는 것이 저자의 바램이며, 내용에 있어서 불비한 점이나 잘못된 곳을 지적해 주시면 판(版)을 거듭할 때마다 보완 수정하도록 노력할 것을 다짐한다.

끝으로, 이 책이 나오기까지 물심 양면으로 협조해 주신 鄕文社 사장님을 비롯하여 동사 편집부 여러분의 노고에 대하여 심심한 사의를 표하는 바이다.

저 자 씀

머 리 말

차 례

1. 프로그램 개요

1·1 프로그램 작성기법

전자계산기(電子計算機)는 프로그램(program)이라고 불리는 작업순서에 따라 배열된 명령어에 의하여서만이 가동되므로 전산기를 이용하기 위해서는 우선 프로그램을 작성하여야 한다.

일반적으로 프로그램을 총칭하여 소프트웨어(software)라고 부르는데, 여기에는 주로 전산조직(電算組織)의 운용에 관한 시스템프로그램(system program)과 이용자가 필요에 따라 개별적으로 작성하는 응용프로그램(application program)이 있으며, 실제 이용자는 시스템프로그램 내에서 응용프로그램을 작성하게 되는 것이다.

프로그램을 작성하는 언어로는 FORTRAN · COBOL · BASIC · PASCAL · PL/1 등이 사용되며 각 언어는 각각의 특징을 지니고 있어 해당기종과 업무내용에 따라 달리 이용되지만 개인용 전산기(個人用 電算機)에서는 주로 BASIC이 기본으로 많이 이용되고 있다. 이러한 프로그램 언어들에 의하여 작성된 프로그램은 실제 전산기에 적용되는 기계어(機械語 ; machine language)로 번역되어 가동되는데, 이때 작성된 고급언어에 의한 원시프로그램을 기계어로 번역하여 주는 프로그램을 컴파일러(compiler) 또는 번역프로그램(interpreter)이라고 한다.

프로그램을 작성하여 본계산을 하기까지는 다음과 같은 여러 단계를 거치게 된다.

1. 문제의 제기
2. 처리방법의 분석
3. 흐름도(flow chart)의 작성
4. 프로그램의 작성(coding)
5. 검　토(debugging)
6. 시험계산(test run)
7. 본계산(run)

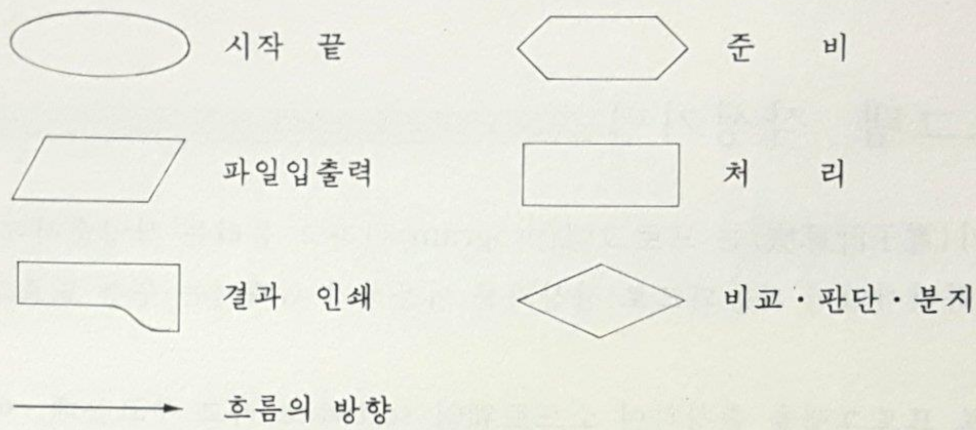
우선 먼저 하여야 할 일은 전산처리하려는 문제가 무엇인가를 명확히 하여야 하는데, 이것은 대개 실험을 수행하기 전에 검토되는 단계이며, 기존업무의 전산화를 위해서는 면밀한 업무분석을 통하여 찾게 되는데, 이것을 또한 시스템분석(system analysis)이라고도 한다.

다음에는 앞에서 제기된 문제를 해결하기 위해서는 어떠한 방법으로 계산할 것인가를

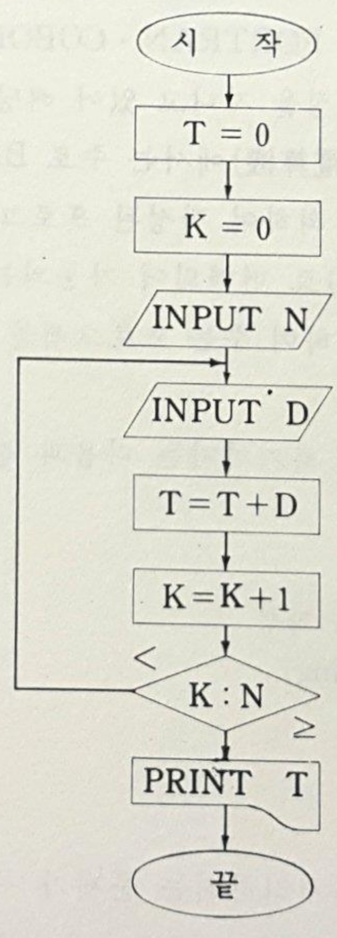
명확히 결정하여야 한다. 하나의 문제해결을 위한 방법에는 여러 가지가 있을 수 있으며, 이때 보다 효율적인 방법의 선택이 필요하게 된다.

계산방법이 결정되면 다음에는 이 계산과정에 따라 구체적으로 작업의 순서를 도형으로 나타낸 흐름도(flow chart)를 작성하게 되는데, 이 과정이 가장 중요한 단계라고 할 수 있다. 여기에서는 정확하면서도 가장 효율적인 방법에 따라 일어날 수 있는 모든 가능한 경우를 전부 나타내 주어야 한다.

흐름도에 많이 사용되는 도형을 몇 가지 소개해 보면 다음과 같다.



흐름도를 작성하는 예로서 N 개 성적의 합계를 구하는 흐름도를 만들어 보면 다음과 같다.



작업의 순서는 시작 에서부터 아래로 순서대로 이루어진다. 먼저 T=0 은 합계를 계산하여 기억시킬 기억장소로서 T 의 초기치를 0 으로 하여 다른 수치가 합산되지 않게 한다. K=0 은 K 에는 매번 성적이 합산될 때 마다 성적의 개수를 하나씩 증가시켜 더

해 가는 장소를 표시하며 역시 초기치에 0을 넣는다. INPUT N 은 성적의 개수 N을 입력하고 INPUT D 에서 최초의 성적이 전산기에 입력되면 T=T+D 는 입력된 성적 D가 합계장소인 T에 합해지고 K=K+1 에서 개수를 나타내는 K에 1을 더하여 둔다. K : N 은 K와 N을 비교하여 K가 N과 같아지기 전까지(K<N)는 다음 성적을 다시 입력하고 합계를계산하는 과정이 되풀이되고, K≥N 이면 합계를 계산할 N개의 성적이 모두 입력되어 합해졌으므로 아래로 내려와서 PRINT T 에서 합계 T를 인쇄하고 끝나게 된다.

이상이 합계를 계산하는 흐름도로서 이 흐름도가 작성되면 이 흐름도의 순서에 따라 그대로 프로그램을 작성하게 되는데, 이것을 코딩(coding)이라 부른다.

앞의 흐름도에 따라 BASIC으로 프로그램을 작성하여 보면 다음과 같다.

```
10 T = 0
20 K = 0
30  INPUT N
40  INPUT D
50 T = T + D
60 K = K + 1
70  IF K < N THEN  GOTO 40
80  PRINT T
90  END
```

이렇게 작성된 프로그램은 전산기의 건반(鍵盤)을 통하여 그대로 전산기에 입력(入力)되고 전산기가 기계어로 번역하게 되는데, 이때 BASIC 명령어의 문법에 맞지 않는 문(statement)이 있으면(이를 문법상의 오류라고 함) 전산기가 바로 지적하여 주어 수정을 하게 된다.

그러나, 이 모든 과정이 끝나 실제 RUN 하여 성적을 입력하였더라도 결과가 틀리게 나오는 경우가 있는데, 이것은 흐름도에서의 잘못이므로 흐름도를 다시 검토하여야 하고, 흐름도에 잘못이 없으면 그 앞단계인 계산방법에서의 오류(誤謬) 여부를 다시 검토하여야 할 것이다. 이것을 논리상의 오류라고 한다. 따라서, 검토과정(debugging)은 모든 단계에 다 적용되는 것이라고 할 수 있다.

시험계산(test run)시 준비하는 시험성적(test data)은 프로그램상에서 분지(分枝)되는 모든 가능한 과정을 전부 거칠 수 있도록 여러 가지 경우의 성적이어야 하고, 또한 정답을 이미 알고 있어야만 결과가 맞는지의 여부를 확인할 수 있게 된다.

1·2 프로그램작성시 고려해야 할 사항

프로그램을 보다 더 효율적으로 작성하기 위해서는 다음과 같은 몇 가지 사항들을 고려할 필요가 있다.

1) 일반성(一般性) : 가능하면 하나의 프로그램으로 여러 가지 경우의 계산이 될 수 있도록 하는 것이 좋다. 특정의 문제에만 국한되면 조금만 다른 경우가 있을 때 프로그램

을 수정하여야 하는 번거러움이 따른다. 예를 들어 난괴법분산분석(亂塊法分散分析)의 경우 10처리 4반복으로 프로그램을 작성하였다면 처리수와 반복수가 하나만 다르더라도 프로그램을 수정하여야 하므로 전산기가 허용하는 범위 내에서 실용적으로 최대의 처리수와 반복수 내에서는 어느 경우에나 하나의 프로그램으로 계산되도록 하는 것이 보다 더 능률적일 것이다.

2) 정확성(正確性) : 프로그램의 작성시 문법상의 오류는 전산기가 지적하여 주므로 쉽게 찾아 수정할 수 있지만 논리상의 오류는 정답의 대조 없이는 찾을 수가 없다. 예를 들어 앞의 N개 합계 프로그램의 경우 K=N일 경우에도 앞의 INPUT D로 가게 하면 N개의 성적이 아닌 N+1개의 성적의 합이 될 것이다. 계산방법이 복잡하고 긴 프로그램일 경우에는 중간에 PRINT를 넣어 각 단계별로 정답 여부를 확인한 후 모든 과정이 전부 정확할 때 중간에 넣은 PRINT를 제거시키는 것도 한 가지 방법일 것이다. 또한, 기존 프로그램을 이용하면 잘못될 가능성을 줄일 수 있다.

3) 편리성(便利性) : 프로그램은 이용자가 편리하게 이용할 수 있도록 작성되어야 한다. 특히, BASIC 프로그램은 회화식 프로그램을 작성하기에 편리한 언어이므로 개인용 전산기의 프로그램이 화면에 그때의 지시를 나타내어 이용자가 그에 따라 입력만 하면 계산이 가능하도록 하면 좋을 것이다.

4) 효율성(效率性) : 프로그램은 효율성이 중요하게 요구되는데, 이것은 사용기억용량·계산과정·처리시간 등의 모든 면에서 다 요구되는 사항으로서 불필요한 과정이 들어가서는 안되며, 입력과정은 가능한 한 적게 그리고 쉽게 할 수 있도록 하여야 한다.

다음의 프로그램을 보자.

```
10  FOR I = 1 TO 100
20  INPUT A
30 B = A *  SIN (2)
40  NEXT I
```

문번호 20과 30을 100회 반복할 때 SIN (2)는 상수이면서도 동일 계산을 100회 반복하여 계산하고 있다.

```
10 C =  SIN (2)
20  FOR I = 1 TO 100
30  INPUT A
40 B = A * C
50  NEXT I
```

문번호 20에서 반복에 들어가기 전인 문번호 5에서 SIN (2)를 먼저 계산하여 두면 한 번으로 충분하다.

또한, 어떤 경우에는 우리가 이미 알고 있는 계산방법이 아닌 전산기의 특성에 적합한 계산법을 생각하여야 할 필요가 있는 경우도 있다.

5) 객관성(客觀性) : 프로그램은 어느 누가 보더라도 그 구조를 쉽게 알 수 있도록 만들어야 한다. 자기 자신도 나중에 알아보기 힘드는 경우가 흔히 있다. 변수명을 체계적으로 정하여 두면 나중에 변수명만 보더라도 그것이 어떤 내용인지 쉽게 알 수 있다. 계

산과정도 체계적으로 하여 필요한 부분에 주석(REM)을 넣어 설명해 두는 것이 좋다. 또한, 다음에 수정을 쉽게 할 수 있도록 하여야 하며, 모든 프로그램의 작성과정을 문서로 작성하여 둘 필요가 있다.

1·3 BASIC 언어개요

BASIC 언어에 대한 해설은 이미 여러 가지 책으로 소개되고 있으므로 여기에서는 Applesoft의 BASIC 명령어 중에서 그래픽과 관계가 있는 것은 제외하고 나머지 중요한 명령어(命令語)에 대해서만 간단히 설명하고자 한다. 이는 다음에 나오는 각종 프로그램 리스트를 볼 때 다소 이해를 돕기 위해서이다.

BASIC 언어는 개인용 전산기와 대형 전자계산기에서 별 차이없이 사용되며, 단지 기종에 따른 몇 가지 명령어의 차이가 있을 수 있다.

1. 문 번 호(statement number, line number)

BASIC 에서는 모든 문의 앞에 번호를 부여한다. 이 문번호(文番號)는 적은 것부터 큰 순으로 배열하게 되므로 그 문의 위치를 나타내게 된다. 문번호는 소수점이 있는 실수는 되지 못하며, 일정 간격을 띄어 정하여 주면 프로그램의 수정과 삽입에 편리하다.

2. 변 수 명(variable name)

변수명(變數名)의 첫자는 반드시 영문자로 시작하며 두번째 자리에 영문자나 수자의 첨가가 가능하다. 세자리 이상일 때에는 세자리 이상 부분을 무시하므로 주의하여야 한다. 변수명 다음에 % 를 붙이면 정변수(整變數 ; integer variable), $ 를 붙이면 문자변수(文字變數)를 표시한다.

```
10 A = 5.5(A에 5.5 기억)
20 A% = 5.5(A에 5 기억)
30 A$ = "B"(A에 B자 기억)
```

3. REM

REM 다음의 내용은 프로그램 수행과는 아무런 관계가 없다. REM 다음에는 주로 화일명·변수명설명·작성자·작성일·계산과정에 대한 설명 등이 오게 된다.

4. LET

일정한 값을 = 왼쪽의 변수에 기억시키는 명령으로서 보통은 생략한다.

```
10  LET A = 10
20  LET A = B + C
```

여기에서 = 은 같다는 뜻이 아니라 = 오른쪽의 결과를 = 왼쪽의 변수에 기억시키라는 뜻이므로 = 오른쪽이 먼저 수행된 후에 그 결과를 = 왼쪽에 기억시키게 되며, 따라

서 작업시간이 다르다. = 왼쪽은 하나의 변수가 있게 되며, = 오른쪽은 하나의 상수나 변수 또는 연산식이 된다.

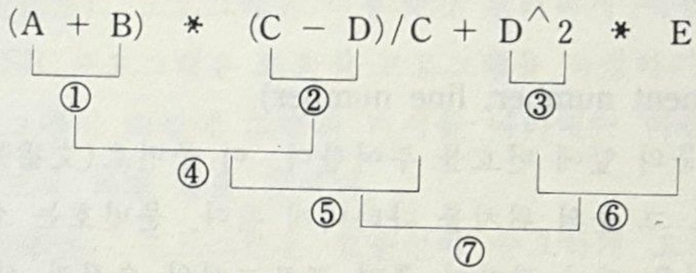
5. 연 산 식

연산식(演算式)에 사용되는 기호는 다음과 같다.

+	더하기
−	빼 기
*	곱하기
/	나누기
∧	승(2∧3 은 2^3)

연산의 순서는 ( ) 안이 먼저 수행되고 다음이 ∧, * 또는 /, + 또는 − 의 순으로 된다. * 와 /, + 와 − 가 같은 연산식에 있을 경우에는 왼쪽에서 오른쪽으로 순차적으로 수행된다.

Y=(A + B) * (C − D)/C + D^2 * E



6. INPUT 와 PRINT

데이터를 전산기에 입력할 때 INPUT 다음에 변수명을 넣는다.

```
10   INPUT A
20   INPUT B,C
30   INPUT "D=?";D
```

10 INPUT A 가 수행되면 화면에 ? 이 나오고 그 오른쪽에 커서(cursor)가 움직이며, 이때 A 에 해당되는 데이터를 입력한다. 20 INPUT B,C 인 경우에는 B 와 C 의 데이터를 코머(,)로 구분하여 두 개를 동시에 입력한다. 30 INPUT "D= ?" ; D 문이 수행되면 화면에 D= ? 가 나타나게 된다.

계산결과를 인쇄하는 명령어는 PRINT 이다.

```
10   PRINT A,B
20   PRINT A;B
```

PRINT A 이면 화면에 A 에 기억된 데이터가 나타나고, PRINT A,B 이면 A 와 B 데이터가 한 행에 일정간격(10 자리)을 두고 나타나지만 PRINT A ; B 는 두 데이터간에 간격없이 붙여서 인쇄된다.

7. READ · DATA 및 RESTORE

READ 는 외부에서 성적이 입력되는 것이 아닌 프로그램 내부에서 READ 다음의 변

수에 입력하게 되며, 그 성적은 DATA 다음에 있는 수치이다.

```
10  READ A,B,C
20  DATA 10,15,20
30  RESTORE
40  READ A,E,F
```

READ A,B,C 수행시 DATA 다음의 수치 10,15,20 이 순차적으로 A,B,C 에 기억된다. 다시 READ 명령을 사용하려면 RESTORE 를 먼저 해 주어야 한다.

8. GET

한 자리의 수자나 문자만일 경우 GET 를 사용하면 데이터를 입력할 때 Return 키를 눌러 주지 않아도 입력된다.

```
10  GET A
```

9. GOTO

명령어의 수행은 문번호가 적은 것부터 큰 것으로 순서적으로 수행되지만 GOTO 문이 있으면 이 순서와는 관계없이 GOTO 다음의 문번호로 가서 명령어를 수행한다.

```
10 X = 5
20  GOTO 40
30 Y = 10
40 Z = 15
```

문번호 20 에서 GOTO 40 이므로 다음의 문번호 30 을 수행하지 않고 바로 문번호 40 으로 가서 40 의 명령어를 수행하게 된다.

10. IF-THEN 또는 IF-GOTO

IF 다음의 조건을 만족할 경우 THEN 다음(또는 GOTO)을 수행하지만 그렇지 않을 경우에는 IF 문 다음 문의 명령을 수행한다.

```
10  IF A < 5 THEN 50
20  IF A > 5 GOTO 80
30 X = 0
40  GOTO 100
50 X = 10
60  GOTO 100
80 X = 20
100 Y = A - X
```

문번호 10 에서 A 가 5 보다 적으면 문번호 50 으로 가며, 5 와 같거나 크면 다음 문번호 20 을 수행한다. 20 에서 A 가 5 보다 크면 문번호 80 으로 가고 그렇지 않으면 문번호 30 을 수행하므로 A=5 인 경우만 X=0 이 된다. THEN 다음에 수자만 있을 경우에는 이 수자는 문번호를 가리키므로 GOTO 와 같은 뜻이 된다.

```
10  IF X < 5 THEN X =  - 1
20  IF X > 5 THEN X = 1
30 X = 0
```

문번호 10에서 A가 5보다 적으면 X=-1이 된 후 다음 문번호 20으로 내려가며, A가 5와 같거나 크면 문번호 20을 수행하게 되는데, A가 5보다 크면 X=1이 된 후 다시 문번호 30을 수행하므로 X=0으로 다시 바뀐다.

IF 다음의 비교에 사용되는 기호로서 연산형의 비교에는 다음과 같은 것이 있다.

〈수학적 표현〉	〈BASIC 표현〉
=	=
>	>
<	<
≥	>=
≤	<=
≠	<>

논리형 비교에는 AND · OR · NOT의 세 가지가 사용된다.

```
10  IF A = B AND B = C OR D = F GOTO 30
```

A=B이고 B=C이거나 또는 D=F이면 문번호 30으로 가게 된다.

11. FOR-NEXT와 배열

어떤 명령어들을 반복하여 수행할 경우 FOR-NEXT가 사용된다. FOR 변수명=초기치 TO 종기치 STEP 증분의 형식이며 증분이 1이면 STEP 이하는 생략한다. 되풀이의 끝은 NEXT 변수명으로 FOR 다음의 문부터 NEXT 앞까지의 문이 되풀이된다.

```
10  FOR I = 1 TO 10
20  INPUT A
30  NEXT I
```

I가 1부터 10까지 1씩 증가하면서 NEXT I까지의 명령, 즉 INPUT A가 수행되므로 결국 10개의 데이터 A를 순차적으로 입력하는 명령이다. 앞에서 N개의 성적의 합을 계산하는 프로그램에서는 초기치 · 종기치 및 증분을 프로그램상에서 모두 지시하여 주었으나 이것을 FOR-NEXT로 바꾸면 더욱 편하게 할 수 있다.

```
10 T = 0
20  INPUT N
30  FOR K = 1 TO N STEP 1
40  INPUT D
50 T = T + D
60  NEXT K
70  PRINT T
80  END
```

NEXT 다음의 변수명은 FOR 다음의 변수명과 일치하여야 한다. FOR-NEXT가 2중 이상으로 사용될 경우에는 밖의 FOR-NEXT가 안의 FOR-NEXT를 완전히 포함하여야 하며, 변화되는 순서는 안쪽의 FOR-NEXT에서 밖으로 순차적으로 이루어진다.

```
┌──────10   FOR I = 1 TO 5
│ ┌────20   FOR J = 1 TO 3
│ │ ┌──30   FOR K = 1 TO 4
│ │ │  40   INPUT A
│ │ └──50   NEXT K
│ └────60   NEXT J
└──────70   NEXT I
```

배열은 하나의 변수명으로 여러 개의 수치를 기억시킬 경우에 사용되며, 변수 다음의 ( ) 안에 첨자를 넣어 구분한다. A=10, B=15, C=20 을 A 의 한 변수로 바꾸면 A(1) =10, A(2)=15, A(3)=20 이 된다.

A 가 배열로 사용될 경우 미리 A 의 개수가 얼마인가를 알려 주어야 하며, 이때 사용되는 것이 DIM 이다.

```
10  DIM A(10)
20  FOR I = 1 TO 10
30 A(I) = I
40  NEXT I
```

문번호 10 에서 A 변수가 A(0), A(1), ………, A(10)으로 되어 있음을 알려 준 다음 문번호 20 과 40 사이에서 I 가 1 부터 2, 3, ………, 10 까지 변할 때 A(I)=I 가 수행된다. 즉, I=1 일 때 A(1)=1, I=2 일 때 A(2)=2, ………, A(10)=10 이다. BASIC 에서는 첨자가 0 부터 시작됨에 주의하여야 하고, 또한 Apple II 에서는 DIM 없이 첨자가 있는 변수가 사용되면 자동적으로 0~10 의 11 개가 확보된다.

12. 부프로그램과 함수

프로그램상에 동일한 과정이 몇 번 반복되어 나올 경우 동일 명령어를 반복하여 넣어줄 필요없이 이 부분을 부프로그램(subprogram)으로 하여 주프로그램에서 이 과정을 수행할 때 부프로그램으로 가서 일을 수행한 후 다시 주프로그램의 원위치로 되돌아오게 하는 방법으로서 이때 사용되는 명령어가 GOSUB-RETURN 이다.

```
10 X = 5          ┐
20  GOSUB 100     │
30 X = 10         ├ 주프로그램
40  GOSUB 100     │
50  STOP          ┘
 ⋮
100 Y =  SIN (X) * 5 ┐
110  RETURN          ┘ 부프로그램
```

문번호 20 에서 문번호 100 의 부프로그램으로 가서 RETURN 이 나올 때까지의 명령을 수행한 후 GOSUB 가 있던 다음 명령, 즉 문번호 30 으로 되돌아가며, 문번호 40 에서 다시 문번호 100 의 부프로그램으로 가서 수행한 후 문번호 50 으로 되돌아가게 된다. 부프로그램은 RETURN 으로 끝을 표시한다.

수학에서 많이 사용되는 함수도 부프로그램의 형태인데, BASIC 에서 사용되는 함수는 다음과 같다.

SIN(X)	sin X, X 는 라디안
COS(X)	cos X, X 는 라디안
TAN(X)	tan X, X 는 라디안
ATN(X)	$\tan^{-1}$ X, X 는 라디안
EXP(X)	exp X (e^x)
LOG(X)	X 의 자연대수(ln X)
SQR(X)	$\sqrt{X}$
ABS(X)	X 의 절대치($\|X\|$)
INT(X)	X 를 정수로 바꿈
RND(X)	0~1 사이의 난수발생
SGN(X)	X 의 부호가 − 이면 −1, + 이면 +1, X 의 수치가 0 이면 0

앞에 없는 것은 앞의 함수를 이용하여 계산으로 구할 수 있다. 예를 들어 보면 다음과 같다.

$$\text{sex}(X) = 1/\cos(X)$$
$$\log_{10} X = \ln X / \ln 10$$

13. STOP 과 END

STOP 은 프로그램의 수행과정을 정지시키는 명령어이며, END 는 프로그램의 끝을 표시하므로 END 는 프로그램 끝에 한번 나타나지만 보통 생략하고, STOP 은 필요한 위치에 있게 된다. 프로그램 끝이 계산의 끝일 경우에는 둘 다 생략하기도 한다.

14. BASIC 의 시스템과 관련된 명령어

BASIC 으로 작성된 프로그램을 보조기억장치(補助記憶裝置)에 기억시키거나 기억된 것을 불러내며, 또한 실제 계산을 하는 등의 Applesoft 와 DOS(disk operation system)에 있는 시스템운영과 관련된 명령어 중에서 중요한 것만 소개해 보기로 한다. 여기에서 소개하는 명령어는 프로그램에 넣어 수행시킬 수도 있다.

(1) NEW

NEW 는 현재 기억장치에 있는 프로그램을 소거시킨다. 새로운 프로그램을 입력할 경우에는 NEW 한 후 입력하는 것이 좋다.

(2) RUN

RUN 은 프로그램을 입력한 후 그 프로그램에 따라 실제로 계산할 때 쓴다. RUN 100 하면 문번호 100 이하가 실행된다.

(3) LIST

LIST 는 프로그램의 전체 리스트를 화면에 나타낸다. LIST 100 하면 문번호 100 의 리스트만 나타나고 LIST 100,200 하면 문번호 100 부터 200 까지의 프로그램 리스트를 나타낸다.

(4) DEL

프로그램에 어떤 프로그램문을 추가로 첨가할 때에는 첨가할 문의 문번호를 첨가될 위

치의 앞과 뒤 문의 문번호 사이의 수로 문번호를 부여하면 그 위치에 들어가게 되며, 문번호를 삭제할 경우에느 해당 문번호를 찍고 Return 하거나 DEL 후 문번호를 부여하면 된다.

DEL 30 이면 문번호 30 이 삭제되고, DEL 30,100 이면 문번호 30 부터 문번호 100 사이의 모든 문이 삭제된다.

(5) HOME

HOME 은 화면을 전부 지우면서 커서가 화면의 맨 위 왼쪽으로 이동한다.

(6) SAVE

본체의 주기억장치에 들어 있는 프로그램을 디스켓이나 테이프 등의 보조기억장치에 기억시킬 경우에 SAVE 를 쓴다. SAVE A1 하면 본체 기억장치에 있는 프로그램이 A1 이라는 파일명으로 보조기억장치에 기억된다.

파일(file)명으로서 첫자는 영문자로 시작하며 다음 자리부터는 영문자와 수자로 하여 30 자까지 가능하다. 이미 디스켓에 기억되어 있는 파일명과 같은 파일명으로 SAVE 하면 그 전 내용은 지워지고 새로운 프로그램이 동일 이름으로 기억된다.

(7) LOAD

LOAD 는 보조기억장치에 기억되어 있는 프로그램을 본체의 기억장치로 옮기는 명령어이다. LOAD A1 하면 디스켓으로부터 A1 이라는 파일명을 가진 프로그램을 본체의 기억장소로 옮겨오게 된다. 따라서, 파일명은 디스켓에 기억시킨 파일명과 일치하여야 한다.

(8) RENAME

RENAME A,B 하면 디스켓에 기억되어 있는 A 라고 하는 파일의 이름을 B 라고 하는 새 파일명으로 바꾸어 준다.

(9) CATALOG

CATALOG 는 디스켓에 들어 있는 모든 파일명을 화면에 나타내 준다.

(10) DELETE

DELETE 는 디스켓에 들어 있는 파일을 삭제한다. DELETE A1 하면 A1 이라는 파일이 삭제된다.

(11) LOCK 와 UNLOCK

LOCK A1 하면 디스켓에 기억되어 있는 A1 파일을 LOCK 하므로 SAVE A1 이나 DELETE A1 이라 하더라도 A1 에는 전혀 영향을 끼치지 못하며, CATALOG 하면 A1 앞에 * 가 붙어 LOCK 된 파일임을 나타내 준다. LOCK 의 해제는 UNLOCK 이다.

(12) PR # n

n 은 슬롯(slot)의 번호로 프린터나 디스크가 어느 슬롯에 연결되는가에 따라 다르지만 Apple II 는 다음과 같다.

PR #	0	화 면
PR #	1	프린터
PR #	6	디스크 드라이브

따라서, PR # 1을 하면 PRINT 명령의 수행시 화면과 프린터에 동시에 인쇄된다. 프린터에 인쇄하다가 다시 화면에서만 인쇄하게 할 때

```
10  PR# 0
20  PRINT A
```

하면 전의 PR# 1이 해제되고 PR# 0이 수행되므로 A는 화면에만 인쇄된다.

(13) OPEN 과 CLOSE

디스켓에 프로그램이 아닌 수자나 문자를 기억시킬 경우 이들을 텍스트파일(text file)이라 하며 많은 수자를 기억시킬 필요가 있지만 본체의 기억용량이 부족하거나 또는 입력데이터를 다음 계산을 위하여 보존하고자 할 경우에 이용된다. 텍스트파일을 만들려면 OPEN 명령이 필요하다. 이 OPEN 명령이 수행되면 파일의 입출력을 위하여 595 바이트의 파일 버퍼(buffer)를 할당하고 CLOSE로서 이를 취소한다.

```
10  DIM X(100)
20  FOR I = 1 TO 100
30  INPUT X(I)
40  NEXT I
50 D$ =  CHR$ (4)
60  PRINT D$;"OPEN AA"
70  PRINT D$;"WRITE AA"
80  FOR I = 1 TO 100
90  PRINT X(I)
100  NEXT I
110  PRINT D$;"CLOSE AA"
```

AA 라는 파일명으로 100개의 성적을 디스켓에 기억시킨다. 문번호 50의 CHR$ (4)는 Contr D에 해당하며, OPEN · WRITE 다음에 나오는 PRINT 문은 모두 디스켓에 인쇄하는 명령으로서 화면에는 인쇄되지 않는다. CLOSE 후의 PRINT 명령은 이것의 해제로서 디스켓과는 관계가 없다.

다음은 디스켓에 AA 파일명으로 기억되어 있는 100개의 성적을 본체의 기억장치로 부르는 프로그램이다.

```
10  DIM X(100)
20 D$ =  CHR$ (4)
30  PRINT D$;"OPEN AA"
40  PRINT D$;"READ AA"
50  FOR I = 1 TO 100
60  INPUT X(I)
70  NEXT I
80  PRINT D$;"CLOSE AA"
```

OPEN · READ 다음의 INPUT는 디스켓으로부터의 입력명령이며, 이의 해제는 CLOSE로서 이루어진다.

이상은 성적을 순차적으로 PRINT 하거나 INPUT 하는 순서적 파일(sequential file)의 경우이며, 임의파일(random file)도 있지만 여기에서는 생략하였다.

2. 행렬 및 기본통계량계산

2·1 행렬의 가·감·승

1. 행렬의 가·감

$$\text{행렬 } A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots\cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots\cdots\cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\text{행렬 } B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots\cdots\cdots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots\cdots\cdots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

일때 $A+B$ 는

$$\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots\cdots\cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots\cdots\cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$$

또, $A-B$ 는

$$\begin{pmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & \cdots\cdots\cdots & a_{1n}-b_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}-b_{m1} & a_{m2}-b_{m2} & \cdots\cdots\cdots & a_{mn}-b_{mn} \end{pmatrix}$$

이다. 따라서, 두 행렬의 가·감(加·減)은 행의 수와 열의 수가 같아야 한다.

```
10  REM FILE NAME : MATRIXADD
20  REM MATRIX ADDITION
30  DIM A(20,20),B(20,20),C(20,20)
40  INPUT "MATRIX A  NUMBER OF ROW?";AR
50  INPUT "MATRIX A  NUMBER OF COLUMN?";AC
60  FOR I = 1 TO AR
70  FOR J = 1 TO AC
80  PRINT "MATRIX A  ROW ";I;"  COLUMN ";J;
90  INPUT A(I,J)
100  NEXT J
110  NEXT I
120  INPUT "MATRIX B  NUMBER OF ROW?";BR
130  INPUT "MATRIX B  NUMBER OF COLUMN?";BC
140  FOR I = 1 TO BR
150  FOR J = 1 TO BC
160  PRINT "MATRIX B  ROW ";I;"  COLUMN ";J;
170  INPUT B(I,J)
```

```
180  NEXT J
190  NEXT I
200  IF AR = BR AND AC = BC GOTO 230
210  PRINT "CANNOT BE ADDED. OTHER DIMENSION NECESSARY"
220  GOTO 560
230  FOR I = 1 TO AR
240  FOR J = 1 TO AC
250 C(I,J) = A(I,J) + B(I,J)
260  NEXT J
270  NEXT I
280  PR# 1
290  PRINT
300  PRINT
310  PRINT "MATRIX ADDITION"
320  PRINT
330  PRINT "MATRIX A"
340  FOR I = 1 TO AR
350  FOR J = 1 TO AC
360  PRINT "   ";A(I,J);
370  NEXT J
380  PRINT
390  NEXT I
400  PRINT
410  PRINT "MATRIX B"
420  FOR I = 1 TO BR
430  FOR J = 1 TO BC
440  PRINT "   ";B(I,J);
450  NEXT J
460  PRINT
470  NEXT I
480  PRINT
490  PRINT "MATRIX C (ADDED)"
500  FOR I = 1 TO AR
510  FOR J = 1 TO BC
520  PRINT "   ";C(I,J);
530  NEXT J
540  PRINT
550  NEXT I
560  PR# 0
570  GOTO 40
```

```
MATRIX ADDITION

MATRIX A
   1   2   3   4
   2   4   3   5
   1   2   4   4

MATRIX B
   2   4   1   4
   1   1   2   1
   3   2   2   5

MATRIX C (ADDED)
   3   6   4   8
   3   5   5   6
   4   4   6   9
```

```
10   REM FILE NAME : MATRIXSUBT
20   REM MATRIX SUBTRACTION
30   DIM A(20,20),B(20,20),C(20,20)
40   INPUT "MATRIX A  NUMBER OF ROW?";AR
50   INPUT "MATRIX A  NUMBER OF COLUMN?";AC
60   FOR I = 1 TO AR
70   FOR J = 1 TO AC
80   PRINT "MATRIX A  ROW ";I;"  COLUMN ";J;
90   INPUT A(I,J)
100  NEXT J
110  NEXT I
120  INPUT "MATRIX B  NUMBER OF ROW?";BR
130  INPUT "MATRIX B  NUMBER OF COLUMN?";BC
140  FOR I = 1 TO BR
150  FOR J = 1 TO BC
160  PRINT "MATRIX B  ROW ";I;"  COLUMN ";J;
170  INPUT B(I,J)
180  NEXT J
190  NEXT I
200  IF AR = BR AND AC = BC GOTO 230
210  PRINT "CANNOT BE ADDED. OTHER DIMENSION NECESSARY"
220  PRINT "CANNOT SUBTRCTED. OTHER DIMENSION NECESSARY"
230  FOR I = 1 TO AR
240  FOR J = 1 TO AC
250 C(I,J) = A(I,J) - B(I,J)
260  NEXT J
270  NEXT I
280  PR# 1
290  PRINT
300  PRINT
310  PRINT "MATRIX SUBTRACTION"
320  PRINT
330  PRINT "MATRIX A"
340  FOR I = 1 TO AR
350  FOR J = 1 TO AC
360  PRINT "   ";A(I,J);
370  NEXT J
380  PRINT
390  NEXT I
400  PRINT
410  PRINT "MATRIX B"
420  FOR I = 1 TO BR
430  FOR J = 1 TO BC
440  PRINT "   ";B(I,J);
450  NEXT J
460  PRINT
470  NEXT I
480  PRINT
490  PRINT "MATRIX C (SUBTRACTED)"
500  FOR I = 1 TO AR
510  FOR J = 1 TO BC
520  PRINT "   ";C(I,J);
530  NEXT J
540  PRINT
550  NEXT I
560  PR# 0
570  GOTO 40
```

```
MATRIX SUBTRACTION

MATRIX A
   1    2    3    4
   2    4    3    5
   1    2    4    4

MATRIX B
   2    4    1    4
   1    1    2    1
   3    2    2    5

MATRIX C (SUBTRACTED)
   -1    -2    2    0
   1    3    1    4
   -2    0    -2    -1
```

2. 행렬의 승

$$\text{행렬 } A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots & a_{1k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots\cdots & a_{mk} \end{pmatrix}$$

$$\text{행렬 } B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots\cdots & b_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{k1} & b_{k2} & \cdots\cdots & b_{kn} \end{pmatrix}$$

일 때 두 행렬 A와 B의 승(乘) C는

$$A_{mk} \times B_{kn} = C_{mn}$$

으로 되어 앞 행렬(A)의 열수(k)와 다음 행렬(B)의 행수(k)가 같아야 하며, 승의 결과 C 행렬의 경우 행수는 앞 행렬(A)의 행수(m), 열수는 다음 행렬(B)의 열수(n)가 된다.

A 행렬과 B 행렬의 승 C 행렬은 다음 식으로 계산한다.

$$C_{ij} = \sum A_{ip} B_{pj}$$

〈예〉

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C=A+B=\begin{pmatrix} 1+3 & 2+4 & 3+5 \\ 4+4 & 5+5 & 6+3 \\ 3+1 & 4+2 & 5+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 8 & 10 & 9 \\ 4 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$C=A-B=\begin{pmatrix} 1-3 & 2-4 & 3-5 \\ 4-4 & 5-5 & 6-3 \\ 3-1 & 4-2 & 5-1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C=A\times B=\begin{pmatrix} (1)(3)+(2)(4)+(3)(1) & (1)(4)+(2)(5)+(3)(2) & (1)(5)+(2)(3)+(3)(1) \\ (4)(3)+(5)(4)+(6)(1) & (4)(4)+(5)(5)+(6)(2) & (4)(5)+(5)(3)+(6)(1) \\ (3)(3)+(4)(4)+(5)(1) & (3)(4)+(4)(5)+(5)(2) & (3)(5)+(4)(3)+(5)(1) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3+8+3 & 4+10+6 & 5+6+3 \\ 12+20+6 & 16+25+12 & 20+15+6 \\ 9+16+5 & 12+20+10 & 15+12+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 20 & 14 \\ 38 & 53 & 41 \\ 30 & 42 & 32 \end{pmatrix}$$

```
10  REM FILE NAME : MATRIXMULTI
20  REM MATRIX MULTIPLICATION
30  DIM A(20,20),B(20,20),C(20,20)
40  INPUT "MATRIX A  NUMBER OF ROW?";AR
50  INPUT "MATRIX A  NUMBER OF COLUMN?";AC
60  FOR I = 1 TO AR
70  FOR J = 1 TO AC
80  PRINT "MATRIX A  ROW ";I;"  COLUMN ";J;
90  INPUT A(I,J)
100  NEXT J
110  NEXT I
120  INPUT "MATRIX B  NUMBER OF ROW?";BR
130  INPUT "MATRIX B  NUMBER OF COLUMN?";BC
140  FOR I = 1 TO BR
150  FOR J = 1 TO BC
160  PRINT "MATRIX B  ROW ";I;"  COLUMN ";J;
170  INPUT B(I,J)
180  NEXT J
190  NEXT I
200  IF AC = BR GOTO 230
210  PRINT "CANNOT BE MULTIPLICATED. OTHER DIMENSION NECESSARY"
220  GOTO 590
230  FOR I = 1 TO AR
240  FOR J = 1 TO BC
250 C(I,J) = 0
260  FOR K = 1 TO AC
270 C(I,J) = C(I,J) + A(I,K) * B(K,J)
280  NEXT K
290  NEXT J
300  NEXT I
310  PR# 1
320  PRINT
330  PRINT
340  PRINT "MATRIX MULTIPLICATION"
350  PRINT
360  PRINT "MATRIX A"
370  FOR I = 1 TO AR
380  FOR J = 1 TO AC
390  PRINT "   ";A(I,J);
400  NEXT J
410  PRINT
420  NEXT I
430  PRINT
440  PRINT "MATRIX B"
450  FOR I = 1 TO BR
460  FOR J = 1 TO BC
470  PRINT "   ";B(I,J);
480  NEXT J
490  PRINT
500  NEXT I
510  PRINT
520  PRINT "MATRIX C (MULTIPLICATED)"
530  FOR I = 1 TO AR
540  FOR J = 1 TO BC
```

```
550  PRINT "    ";C(I,J);
560  NEXT J
570  PRINT
580  NEXT I
590  PR# 0
600  GOTO 40
```

```
MATRIX MULTIPLICATION

MATRIX A
   1    2    3    4
   2    4    3    5
   1    2    4    4

MATRIX B
   2    4    1    4
   1    1    2    5
   3    2    2    5
   4    1    3    3

MATRIX C (MULTIPLICATED)
   29    16    23    41
   37    23    31    58
   32    18    25    46
```

2·2 역행렬과 행렬식

행렬 A와 A의 역행렬(逆行列) A^{-1}의 승은 단위행렬(I)이 된다. 즉,

$$AA^{-1}=I=A^{-1}A$$

여기에서 A와 A^{-1}은 정방행렬(正方行列)이다. 역행렬의 계산은 A가 I로 될 때 I가 동시에 바뀌어진 행렬이 역행렬 A^{-1}이 된다.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & 1 & 0 & b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & 1 & b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

로 되었을 때 A의 역행렬 A^{-1}은 다음과 같다. 즉,

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \text{의 역행렬} \quad A^{-1}=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

위의 계산은 주로 Gauss 소거법(연립방정식의 해 참조)에 의하여 계산되지만, 이 책에

서는 이 소거법(消去法)을 근간으로 하여 A 행렬 그 자리에서 행과 열을 옮겨가며 A^{-1}을 얻는 방법인 **Gauss-Jordan** 법(exchange method)에 따라 프로그램을 작성하였다.

계산되고 있는 열에서 가장 큰 수치를 피봇(pivot)으로 하여 이를 대각선상에 옮기며, 이때 피봇이 0.00001 이하(허용오차는 임의로 정함)일 경우 0으로 간주한다. 이러한 경우에는 행렬식이 0이 되어 역행렬이 존재하지 않게 된다.

다음 단계에서는 피봇의 행과 열을 제외한 나머지 행과 열의 a_{ij}를 소거법과 같은 방법으로 계산한 다음 행과 열을 피봇으로 나누어 주며 대각선상의 수치를 1/피봇으로 한다. 이러한 과정을 열의 수만큼 되풀이하면 계산이 끝나게 되며 바뀌어진 행과 열을 다시 정리하는 과정을 거치게 된다.

행렬식은 A 행렬이

$$B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix}$$

로 바뀌었을 때 A의 행렬식은 $b_{11}\times b_{22}\times b_{33}$으로써 얻을 수 있다.

```
10  REM FILE NAME : INVERSE
20  REM INVERSE MATRIX
30  DIM A(50,50),B(50,50),R(50),C(50)
40  INPUT "NUMBER OF ROW?";N
50  FOR I = 1 TO N
60  FOR J = 1 TO N
70  PRINT "ROW ";I;"  COLUMN ";J;
80  INPUT A(I,J)
90 B(I,J) = A(I,J)
100  NEXT J
110  NEXT I
120 DE = 1
130 N1 = 0
140  FOR ID = 1 TO N
150 PI = A(ID,ID)
160 IM = ID
170 JM = ID
180  FOR I = ID TO N
190  FOR J = ID TO N
200  IF  ABS (PI) > =  ABS (A(I,J)) GOTO 240
210 PI = A(I,J)
220 IM = I
230 JM = J
240  NEXT J
250  NEXT I
260  IF  ABS (PI) >  = .00001 GOTO 300
270  PRINT "DETERMINANT = 0"
280  PRINT "MATRIX IS SINGULAR. NO INVERSE MATRIX EXISTS"
290  GOTO 40
300  IF IM = ID GOTO 370
310  FOR J = 1 TO N
320 TE = A(ID,J)
330 A(ID,J) = A(IM,J)
340 A(IM,J) = TE
350  NEXT J
```

```
360 N1 = N1 + 1
370 R(ID) = IM
380  IF JM = ID GOTO 450
390  FOR I = 1 TO N
400 TE = A(I,ID)
410 A(I,ID) = A(I,JM)
420 A(I,JM) = TE
430  NEXT I
440 N1 = N1 + 1
450 C(ID) = JM
460  FOR I = 1 TO N
470 AP = A(I,ID) / PI
480  FOR J = 1 TO N
490  IF I = ID OR J = ID GOTO 510
500 A(I,J) = A(I,J) - AP * A(ID,J)
510  NEXT J
520  NEXT I
530  FOR I = 1 TO N
540 A(I,ID) = A(I,ID) / PI
550  NEXT I
560  FOR J = 1 TO N
570 A(ID,J) = A(ID,J) / ( - PI)
580  NEXT J
590 DE = DE * PI
600 A(ID,ID) = 1 / PI
610  NEXT ID
620  IF N1 - 2 *  INT (N1 / 2) > 0 THEN DE =  - DE
630  FOR L = 1 TO N
640 K = N - L + 1
650  IF R(K) = K GOTO 720
660 IN = R(K)
670  FOR I = 1 TO N
680 TE = A(I,K)
690 A(I,K) = A(I,IN)
700 A(I,IN) = TE
710  NEXT I
720  NEXT L
730  FOR L = 1 TO N
740 K = N - L + 1
750  IF C(K) = K GOTO 820
760 IN = C(K)
770  FOR J = 1 TO N
780 TE = A(K,J)
790 A(K,J) = A(IN,J)
800 A(IN,J) = TE
810  NEXT J
820  NEXT L
830  PR# 1
840  PRINT
850  PRINT
860  PRINT "     ORIGINAL MATRIX"
870  PRINT
880  FOR I = 1 TO N
890  FOR J = 1 TO N
900  PRINT "     ";B(I,J);
910  NEXT J
920  PRINT
930  NEXT I
```

```
940  PRINT
950  PRINT "    INVERSE MATRIX"
960  PRINT
970  FOR I = 1 TO N
980  FOR J = 1 TO N
990  PRINT "     ";A(I,J);
1000  NEXT J
1010  PRINT
1020  NEXT I
1030  PRINT
1040  PRINT "DETERMINANT = ";DE
```

```
    ORIGINAL MATRIX

    10    7    8    7
    7    5    6    5
    8    6    10    9
    7    5    9    10

    INVERSE MATRIX

    24.9999993    -40.9999989    9.99999973    -5.99999984
    -40.9999989    67.9999982    -16.9999996    9.99999974
    9.99999972    -16.9999995    4.99999988    -2.99999993
    -5.99999983    9.99999972    -2.99999993    1.99999996

DETERMINANT = 1.00000003
```

2·3 연립방정식의 해

1차연립방정식

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = a_{14}$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = a_{24}$$
$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = a_{34}$$

에서 x_1, x_2, x_3의 값을 구하는 방법은 위의 방정식이

$$1\,x_1 + 0\,x_2 + 0\,x_3 = b_1$$
$$0\,x_1 + 1\,x^2 + 0\,x_3 = b_2$$
$$0\,x_1 + 0\,x_2 + 1\,x_3 = b_3$$

로 되었을 때 $x_1 = b_1$, $x_2 = b_2$, $x_3 = b_3$의 해를 얻게 된다. 즉,

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{pmatrix}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & b_3 \end{pmatrix}$$

로 바꾸는 과정과 같다. 예를 들어

$$2x_1+4x_2-x_3=12$$
$$2x_1+6x_2-3x_3=10$$
$$4x_1+0x_2-3x_3=-7$$

의 경우를 보면

$$\begin{pmatrix}2 & 4 & -1 & 12\\ 2 & 6 & -3 & 10\\ 4 & -1 & -3 & -7\end{pmatrix}\begin{matrix}\cdots\cdots①\\ \cdots\cdots②\\ \cdots\cdots③\end{matrix}$$

에서 먼저 ①을 2로 나누면 ④가 된다.

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & -\frac{1}{2} & 6\\ 0 & 2 & -2 & -2\\ 0 & -9 & -1 & -31\end{pmatrix}\begin{matrix}\cdots\cdots④\\ \cdots\cdots⑤\\ \cdots\cdots⑥\end{matrix}$$

⑤는 ②−④×2, ⑥은 ③−④×4로 하여 첫번째 열을 1 0 0으로 바꾼다. 다시 같은 방법으로 하여 두번째 열이 0 1 0이 되도록 한다. ⑤를 2로 나누면 ⑧이 되고, ⑦은 ⑤−⑧×2, ⑨는 ⑥−⑧×(−9)하여 만든다. 즉,

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & \frac{3}{2} & 8\\ 0 & 1 & -1 & -1\\ 0 & 0 & -10 & -40\end{pmatrix}\begin{matrix}\cdots\cdots⑦\\ \cdots\cdots⑧\\ \cdots\cdots⑨\end{matrix}$$

같은 방법으로 ⑨를 −10으로 나누면 ⑫가 되고, ⑩은 ⑦−⑫×$\frac{3}{2}$, ⑪은 ⑧−⑫×(−1)하면 된다. 즉,

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 0 & 3\\ 0 & 0 & 1 & 4\end{pmatrix}\begin{matrix}\cdots\cdots⑩\\ \cdots\cdots⑪\\ \cdots\cdots⑫\end{matrix}$$

따라서, $x_1=2$, $x_2=3$, $x_3=4$가 구하는 값이 된다.

```
10  REM FILE NAME : SIMULEQ
20  REM SIMULTANEOUS EQUATION
30  DIM A(20,21),B(20,21)
40  INPUT "NUMBER OF EQUATION?";N
50  PRINT "COEFFICIENT MATRIX"
60  FOR I = 1 TO N
70  FOR J = 1 TO N
80  RRINT "EQUATION ";I;"  COEFFICIENT ";J;
90  INPUT A(I,J)
100  NEXT J
110  PRINT "EQUATION ";I;"  CONSTANT";
120  INPUT A(I,N + 1)
130  NEXT I
140  FOR I = 1 TO N
150  FOR J = 1 TO N + 1
160 B(I,J) = A(I,J)
170  NEXT J
180  NEXT I
190  FOR J = 1 TO N
```

```
200  FOR I = 1 TO N
210  IF A(I,J) <  > 0 GOTO 250
220  NEXT I
230  PRINT "NO UNIQUE SOLUTION"
240  GOTO 570
250  FOR K = 1 TO N + 1
260 X = A(J,K)
270  NEXT K
280 Y = 1 / A(J,J)
290  FOR K = 1 TO N + 1
300 A(J,K) = Y * A(J,K)
310  NEXT K
320  FOR I = 1 TO N
330  IF I = J GOTO 380
340 Y =  - A(I,J)
350  FOR K = 1 TO N + 1
360 A(I,K) = A(I,K) + Y * A(J,K)
370  NEXT K
380  NEXT I
390  NEXT J
400  PR# 1
410  PRINT
420  PRINT
430  PRINT "SIMULTANEOUS EQUATION"
440  PRINT
450  PRINT "COEFFICIENT AND CONSTANT"
460  FOR I = 1 TO N
470  FOR J = 1 TO N + 1
480  PRINT "   ";B(I,J);
490  NEXT J
500  PRINT
510  NEXT I
520  PRINT
530  PRINT "SOLUTION"
540  FOR I = 1 TO N
550  PRINT "X ";I;" = ";A(I,N + 1)
560  NEXT I
570  PR# 0
580  GOTO 40
```

```
SIMULTANEOUS EQUATION
COEFFICIENT AND CONSTANT
   2   4
SOLUTION
X 1 = 2


SIMULTANEOUS EQUATION
COEFFICIENT AND CONSTANT
   2   4   -1   12
   2   6   -3   10
   4   -1   -3   -7
SOLUTION
X 1 = 2
X 2 = 3
X 3 = 4
```

2·4 행렬의 고유치와 고유벡터

정방행렬 A 와 Scalar λ, Vector U 가 다음과 같은 관계일 때 λ 가 A 의 고유치(固有値)이고, U 는 고유벡터가 된다.

$$AU=\lambda U \quad \cdots\cdots (1)$$

(1)식은 $AU-\lambda U=0$ 또는 다음과 같은 식으로 바꿀 수 있으며, $|A-\lambda I|=0$ 으로서 λ 를 얻는다.

$$(A-\lambda I)U=0 \quad \cdots\cdots (2)$$

예를 들어

$$A=\begin{pmatrix}1 & 8\\ 2 & 1\end{pmatrix},\quad \lambda I=\begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{pmatrix}$$

따라서,

$$(A-\lambda I)=\begin{pmatrix}1-\lambda & 8\\ 2 & 1-\lambda\end{pmatrix}$$

앞의 것의 행렬식은 $|A-\lambda I|=(1-\lambda)^2-16$ 이 되어

$$\lambda^2-2\lambda-15=0$$

여기에서 고유치 $\lambda_1=5$, $\lambda_2=-3$ 을 얻는다. $\lambda_1=5$ 일 경우 (2)식은

$$\left\{\begin{pmatrix}1 & 8\\ 2 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}\right\}\begin{pmatrix}U_1\\ U_2\end{pmatrix}=0$$

$$\begin{pmatrix}-4 & 8\\ 2 & -4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}U_1\\ U_2\end{pmatrix}=0$$

$$-4U_1+8U_2=0$$

$$2U_1-4U_2=0$$

위의 연립방정식은 서로 독립적이 아니어서 유일한 U_1 과 U_2 를 구하지 못하므로 $U_1=1$ 이라고 하였을 때에는 $U_2=0.5$ 가 된다.

$$\begin{pmatrix}U_1\\ U_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 0.5\end{pmatrix}$$

$\lambda_2=-3$ 일 경우에도 $U_1=1$ 이라고 하면 $U_2=-0.5$ 가 된다.

$$\begin{pmatrix}U_1\\ U_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ -0.5\end{pmatrix}$$

그러나, $U_1=1$ 이라고 가정하여 U_2 를 얻었으므로

$$\begin{pmatrix}2.0\\ 1.0\end{pmatrix} \text{과} \begin{pmatrix}2.0\\ -1.0\end{pmatrix}$$

또는

$$\begin{pmatrix}-3.0\\ -1.5\end{pmatrix} \text{과} \begin{pmatrix}-3.0\\ 1.5\end{pmatrix}$$

등으로 수많은 벡터가 있게 되므로 이를 표준화하기 위하여 각 요소의 자승합이 1이 되게 하였을 경우 벡터는

$$\begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \text{과} \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ -1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

로 고유한 벡터를 얻을 수 있다.

본프로그램에서의 고유치와 고유벡터의 계산과정은 다음과 같다. 예를 들어 행렬 A가 다음과 같다고 하자.

$$\begin{pmatrix} 1.0 & 0.438 & -0.137 \\ 0.438 & 1.0 & 0.031 \\ -0.137 & 0.031 & 1.0 \end{pmatrix}$$

계 1.301　1.469　0.894

각 열의 합을 계산하여 이것의 절대치(絶對値)가 최대인 1.469를 찾아 이 수치로서 열의 합을 전부 나누면

$$U_1 = (0.886 \quad 1 \quad 0.609)$$

다음에 $U_n = AU_1$에 의하여 U_n을 계산한다.

$$\begin{pmatrix} 1.0 & 0.438 & -0.137 \\ 0.438 & 1.0 & 0.031 \\ -0.137 & 0.031 & 1.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.886 \\ 1.0 \\ 0.609 \end{pmatrix}$$

$$U_n = (1.241 \quad 1.407 \quad 1.519)$$

U_n에서 절대치로 최대치인 1.519를 찾아 이것으로 U_n을 나누면

$$U_n = (0.817 \quad 0.926 \quad 1.0)$$

$U_1 - U_n$의 수치가 허용오차 이상이면 $U_1 = U_n$으로 하여 다시 앞의 과정을 되풀이하여 $U_1 - U_n$이 허용오차보다 적을 때 U_n에서의 최대치가 λ_1이 된다. 첫번째 고유치가 계산되면 행렬식을 계산하여 U_n을 행렬식으로 나눈 벡터 U_k를 얻어 A 행렬을 다음과 같은 식에 의하여 수정한다.

$$A_{k+1} = A_k - \lambda U_k U_k'$$

다시 처음의 계산과정으로 되돌아가 두번째 고유치 λ_2와 벡터를 계산하며, 이러한 과정을 원하는 고유치까지 되풀이한다.

```
10  REM FILE NAME : EIGEN
20  REM LATENT ROOTS AND VECTORS OF REAL SYMMETRIC MATRIX BY
     ITERATION
30  DIM A(50,50),B(50,50),LA(20),V(50,20),U1(50),UN(50)
40  INPUT "NUMBER OF ROW?";N
50  INPUT "NUMBER OF LATENT REQUIRED?";NR
60  FOR I = 1 TO N
70  FOR J = I TO N
80  PRINT "ROW ";I;"  COLUMN ";J;
90  INPUT A(I,J)
100 A(J,I) = A(I,J)
110 B(I,J) = A(I,J)
120 B(J,I) = B(I,J)
```

```
130  NEXT J
140  NEXT I
150  FOR K = 1 TO NR
160  FOR J = 1 TO N
170 U1(J) = 0
180  FOR I = 1 TO N
190 U1(J) = U1(J) + A(I,J)
200  NEXT I
210  NEXT J
220 UM =  ABS (U1(1))
230  FOR I = 2 TO N
240  IF UM >  =  ABS (U1(I)) GOTO 260
250 UM =  ABS (U1(I))
260  NEXT I
270  FOR I = 1 TO N
280 U1(I) = U1(I) / UM
290  NEXT I
300 NC = 0
310 NC = NC + 1
320  PR# 1
330  IF NC <  = 100 GOTO 380
340  PRINT
350  PRINT "VECTOR ";K;" FAILED TO CONVERGE"
360 NR = K - 1
370  GOTO 810
380  FOR I = 1 TO N
390 UN(I) = 0
400  FOR J = 1 TO N
410 UN(I) = UN(I) + A(I,J) * U1(J)
420  NEXT J
430  NEXT I
440 UK =  ABS (UN(1))
450  FOR I = 2 TO N
460  IF UK >  =  ABS (UN(I)) GOTO 480
470 UK =  ABS (UN(I))
480  NEXT I
490  IF UK >  = 0.00005 GOTO 550
500  PRINT
510  PRINT "WORKING VECTOR";K;
520  PRINT "WITH MAXIMUM ELEMENT LESS THAN 0.00005"
530 NR = K - 1
540  GOTO 810
550  FOR I = 1 TO N
560 UN(I) = UN(I) / UK
570  NEXT I
580  FOR I = 1 TO N
590  IF  ABS (U1(I) - UN(I)) < 0.00005 GOTO 640
600  FOR J = 1 TO N
610 U1(J) = UN(J)
620  NEXT J
630  GOTO 310
640  NEXT I
650 LA(K) = UK
660 DE = 0
670  FOR I = 1 TO N
680 DE = DE + UN(I) * UN(I)
690  NEXT I
700 DE =  SQR (DE)
```

```
710  FOR I = 1 TO N
720 V(I,K) = UN(I) / DE
730  NEXT I
740  IF K = NR GOTO 810
750  FOR I = 1 TO N
760  FOR J = 1 TO N
770 A(I,J) = A(I,J) - V(I,K) * V(J,K) * UK
780  NEXT J
790  NEXT I
800  NEXT K
810  PRINT
820  PRINT "    ORIGINAL MATRIX"
830  PRINT
840  FOR I = 1 TO N
850  FOR J = 1 TO N
860  PRINT "    ";B(I,J);
870  NEXT J
880  PRINT
890  NEXT I
900  PRINT
910  PRINT "    LATENT ROOTS"
920  PRINT
930  FOR I = 1 TO NR
940  PRINT "    ";LA(I);
950  NEXT I
960  PRINT
970  PRINT
980  PRINT "    LATENT VECTORS"
990  PRINT
1000  PRINT "VARIABLE / COMPONENT"
1010  FOR I = 1 TO N
1020  FOR J = 1 TO NR
1030  PRINT "    ";V(I,J);
1040  NEXT J
1050  PRINT
1060  NEXT I
1070  PR# 0
1080  GOTO 40
```

```
    ORIGINAL MATRIX

    1     .438     -.137     .205
    .438     1     .031     .18
    -.137     .031     1     .161
    .205     .18     .161     1

    LATENT ROOTS

    1.56847566     1.1378903     .773717229     .519913213

    LATENT VECTORS

VARIABLE / COMPONENT
    .642667142     -.275486046     .0208844184     .714606809
    .632295738     -.0550057944     .482142585     -.603936751
    2.19190544E-03     .827970252     .471565583     .303396518
    .432638693     .48533191     -.738057091     -.180410813
```

2·5 기본 통계량과 도수분포

n개의 표본성적 X에 대한 평균·분산 등의 기본 통계량(統計量)은 다음과 같이 계산된다.

범　　위 : $R = X_{max} - X_{min}$

평　　균 : $\bar{X} = \dfrac{\Sigma X}{n}$

분　　산 : $S^2 = \left(\Sigma X^2 - \dfrac{(\Sigma X)^2}{n}\right) \Big/ (n-1)$

표준편차 : $s = \sqrt{s^2}$

변이계수 : $CV = \dfrac{s}{\bar{X}} \times 100$

평균의 표준오차 : $s_{\bar{X}} = \dfrac{s}{\sqrt{n}}$

평균편차 : $MD = \dfrac{\Sigma|X - \bar{X}|}{n}$

도수분포표(度數分布表)는 표본수·계급수·도수계산을 위한 최소단위를 입력하여 각 계급의 상한치와 하한치가 결정되면 이에 따른 각 계급별 도수가 계산된다. 각 계급별 도수에 의하여 상대도수·누적도수·누적상대도수를 계산한다.

```
10  REM FILE NAME : FREQUENCY
20  REM  FREQUENCY DISTRIBUTUIN
30  DIM X(500),Y(100),B(100)
40  HOME
50  INPUT "NUMBER OF DATA?";N
60  INPUT "NUMBER OF CLASS?";C
70  INPUT "MINIMUM UNIT FOR DATA?";MU
80  PRINT
90  PRINT "DATA INPUT"
100  FOR I = 1 TO N
110  PRINT "NO ";I;
120  INPUT X(I)
130  NEXT I
140 AM = X(1)
150 MI = X(1)
160  FOR I = 2 TO N
170  IF X(I) > AM THEN AM = X(I)
180  IF X(I) < MI THEN MI = X(I)
190  NEXT I
200  FOR I = 1 TO C
210 Y(I) = 0
220  NEXT I
230 T = 0
240 S = 0
250 MD = 0
260 MC =  INT (MC)
270  FOR I = 1 TO N
```

```
280 T = T + X(I)
290 S = S + X(I) ^ 2
300  NEXT I
310 AV = T / N
320 S = (S - T ^ 2 / N) / (N - 1)
330 SD =  SQR (S)
340  FOR I = 1 TO N
350 MD = MD +  ABS (X(I) - AV)
360  NEXT I
370 MD = MD / N
380 SE = SD /  SQR (N)
390 R = AM - MI
400 MN = R / MU
410 MN =  INT (MN)
420 MC = MN / C
430 MC =  INT (MC) + 1
440 IN = MU * MC
450 B(0) = MI - (C * MC - MN) * MU / 2
460 K = B(0) / MU -  INT (B(0) / MU)
470  IF K = 0 THEN B(0) = B(0) - MU / 2
480  FOR I = 1 TO C
490 B(I) = B(0) + I * IN
500  NEXT I
510  FOR I = 1 TO N
520  FOR J = 1 TO C
530  IF X(I) < B(J) GOTO 550
540  NEXT J
550 Y(J) = Y(J) + 1
560  NEXT I
570  PR# 1
580  PRINT
590  PRINT
600  PRINT  TAB( 5)"INPUT DATA"
610  PRINT
620  FOR I = 1 TO N
630  PRINT "   "X(I);
640  NEXT I
650  PRINT
660  PRINT
670  PRINT  TAB( 5)"BASIC STATISTICS"
680  PRINT
690  PRINT "NUMBER OF DATA" TAB( 24)"= "N
700  PRINT "MAXIMUM VALUE" TAB( 24)"= "AM
710  PRINT "MINIMUM VALUE" TAB( 24)"= "MI
720  PRINT "RANGE" TAB( 24)"= "R
730  PRINT "TOTAL" TAB( 24)"= "T
740  PRINT "MEAN" TAB( 24)"= "AV
750  PRINT "VARIANCE" TAB( 24)"= "S
760  PRINT "STANDARD DEVIATION" TAB( 24)"= "SD
770  PRINT "COEFF. OF VARIATION" TAB( 24)"= "SD / AV * 100
780  PRINT "STANDARD ERROR OF MEAN" TAB( 24)"= "SE
790  PRINT "MEAN DEVIATION" TAB( 24)"= "MD
800  PRINT
810 RF = Y(I) / N * 100
820 CF = CF + Y(I)
830 CR = CR + RF
840  PRINT  TAB( 5)"FREQUENCY DISTRIBUTION"
850  PRINT
```

```
860  PRINT  TAB( 2)"INTERVAL" TAB( 14)"MEDIAN" TAB( 23)"F";
870  PRINT  TAB( 28)"R.F" TAB( 34)"C.F" TAB( 40)"C.R.F"
880 CF = 0
890 CR = 0
900  FOR I = 1 TO C
910 MX = (B(I - 1) + B(I)) / 2
920 RF = Y(I) / N * 100
930 CF = CF + Y(I)
940 CR = CR + RF
950 RF =  INT ((RF + 0.05) * 10) * 0.1
960 CR =  INT ((CR + 0.05) * 10) * 0.1
970  PRINT B(I - 1) TAB( 6)" - "B(I) TAB( 16)MX TAB( 23)Y(I);
980  PRINT  TAB( 28)RF TAB( 35)CF TAB( 41)CR
990  NEXT I
1000  PR# 0
1010  GOTO 40
```

```
     INPUT DATA

   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10

     BASIC STATISTICS

 NUMBER OF DATA            = 10
 MAXIMUM VALUE             = 10
 MINIMUM VALUE             = 1
 RANGE                     = 9
 TOTAL                     = 55
 MEAN                      = 5.5
 VARIANCE                  = 9.16666666
 STANDARD DEVIATION        = 3.02765036
 COEFF. OF VARIATION       = 55.0481883
 STANDARD ERROR OF MEAN    = .957427108
 MEAN DEVIATION            = 2.5

      FREQUENCY DISTRIBUTION
  INTERVAL     MEDIAN    F    R.F    C.F    C.R.F
 -.5   - 3.5    1.5      3    30      3      30
 3.5   - 7.5    5.5      4    40      7      70
 7.5   - 11.5   9.5      3    30      10     100

      INPUT DATA

   1   2   3   4   5   6   7   8   9   10

     BASIC STATISTICS
 NUMBER OF DATA            = 10
 MAXIMUM VALUE             = 10
 MINIMUM VALUE             = 1
 RANGE                     = 9
 TOTAL                     = 55
 MEAN                      = 5.5
 VARIANCE                  = 9.16666666
 STANDARD DEVIATION        = 3.02765036
 COEFF. OF VARIATION       = 55.0481883
 STANDARD ERROR OF MEAN    = .957427108
 MEAN DEVIATION            = 2.5
```

```
    FREQUENCY DISTRIBUTION

 INTERVAL        MEDIAN    F     R.F    C.F    C.R.F
-.5    - 2.5       1       2     20      2      20
2.5    - 5.5       4       3     30      5      50
5.5    - 8.5       7       3     30      8      80
8.5    - 11.5     10       2     20     10     100
```

2·6 정규분포에의 적합도검정

어떤 도수분포가 정규분포에 적합한가의 검정은 각 계급별 관찰도수와 기대도수간의 χ^2 검정에 의한다.

$$\chi^2=\Sigma\frac{(O-E)^2}{E}$$

식에서, O : 관찰도수, E : 기대도수

기대도수(期待度數)는 이 도수분포가 정규분포에 가까울 경우의 각 계급별 확률을 계산하여 이 확률에 계급구간과 총관찰치수를 곱하여 얻을 수 있다.

$$E=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(X-\mu)^2/2\sigma^2}\cdot C\cdot N$$

식에서, X : 각 계급의 중앙치, μ : 평균, σ^2 : 분산, C : 계급구간, N : 총관찰치수

이때 모평균 μ 와 모분산 σ^2 을 모를 경우에는 표본성적에서 얻은 평균과 분산을 이들의 추정치로 하여 사용한다. χ^2 의 유의성검정시의 자유도는 계급수-1 이지만, 평균과 분산을 표본으로부터의 추정치를 이용하였을 때에는 사용된 추정치의 수만큼 자유도에서 더 빼준다.

본프로그램에서는 도수분포의 양극단 계급에서부터 중앙으로 이동하면서 관찰도수나 기대도수가 5 이하인 계급은 다음 계급에 도수를 합하여 도수가 5 이상인 계급만 χ^2 검정에 포함시켰다.

```
10  REM FILE NAME : NORMALFIT
20  REM FITTING TO NORMAL DISTRIBUTION
30  DIM X(500),Y(50),B(50),A(50),E(50)
40  HOME
50  PRINT "   1. FROM RAW DATA"
60  PRINT "   2. FROM FREQUENCY DISTRIBUTION"
70  PRINT
80  PRINT "WHICH DO YOU WANT";
90  INPUT A$
100  IF A$ = "1" OR A$ = "2" GOTO 120
110  GOTO 50
120  IF A$ = "2" GOTO 740
130  PRINT
140  INPUT "NUMBER OF DATA?";N
```

```
150  INPUT "NUMBER OF CLASS?";C
160  INPUT "MINIMUM UNIT FOR DATA?";MU
170  PRINT
180  PRINT "DATA INPUT"
190  FOR I = 1 TO N
200  PRINT "NO "I;
210  INPUT X(I)
220  NEXT I
230 T = 0
240 V = 0
250  FOR I = 1 TO N
260 T = T + X(I)
270 V = V + X(I) ^ 2
280  NEXT I
290 P = T / N
300 v = (V - T ^ 2 / N) / (N - 1)
310 AM = X(1)
320 MI = X(1)
330  FOR I = 2 TO N
340  IF X(I) > AM THEN AM = X(I)
350  IF X(I) < MI THEN MI = X(I)
360  NEXT I
370 R = AM - MI
380 MN = R / MU
390 MN =  INT (MN)
400 MC = MN / C
410 MC =  INT (MC) + 1
420 IN = MU * MC
430 B(0) = MI - (C * MC - MN) * MU / 2
440 K = B(0) / MU -  INT (B(0) / MU)
450  IF K = 0 THEN B(0) = B(0) - MU / 2
460  FOR I = 1 TO C
470 B(I) = B(0) + I * IN
480  NEXT I
490  FOR I = 1 TO C
500 A(I) = (B(I - 1) + B(I)) / 2
510  NEXT I
520  FOR I = 1 TO C
530 Y(I) = 0
540  NEXT I
550  FOR I = 1 TO N
560  FOR J = 1 TO C
570  IF X(I) < B(J) GOTO 590
580  NEXT J
590 Y(J) = Y(J) + 1
600  NEXT I
610  PRINT "DO YOU KNOW POPULATION MEAN?"
620  INPUT "TYPE Y OR N";W$
630  IF W$ = "Y" OR W$ = "N" GOTO 650
640  GOTO 610
650  IF W$ = "N" GOTO 670
660  INPUT "POPULATION MEAN?";P
670  PRINT "DO YOU KNOW POPULATION VARIANCE?"
680  INPUT "TYPE Y OR N";Y$
690  IF Y$ = "Y" OR Y$ = "N" GOTO 710
700  GOTO 670
710  IF Y$ = "N" GOTO 1100
720  INPUT "POPULATION VARIANCE?";V
```

```
730  GOTO 1100
740  PRINT
750  INPUT "NUMBER OF CLASS?";C
760  INPUT "LOWER VALUE OF FIRST CLASS?";B(0)
770  INPUT "CLASS INTERVAL?";IN
780  PRINT
790  FOR I = 1 TO C
800  PRINT "CLASS "I" FREQUENCY";
810  INPUT Y(I)
820  NEXT I
830  FOR I = 1 TO C
840 B(I) = B(0) + I * IN
850  NEXT I
860 N = 0
870 T = 0
880 V = 0
890  FOR I = 1 TO C
900 A(I) = (B(I - 1) + B(I)) / 2
910 N = N + Y(I)
920 T = T + A(I) * Y(I)
930 V = V + A(I) ^ 2 * Y(I)
940  NEXT I
950 P = T / N
960 V = (V - T ^ 2 / N) / (N - 1)
970  PRINT
980  PRINT "DO YOU KNOW POPULATION MEAN?"
990  INPUT "TYPE Y OR N";W$
1000  IF W$ = "Y" OR W$ = "N" GOTO 1020
1010  GOTO 980
1020  IF W$ = "N" GOTO 1040
1030  INPUT "POPULATION MEAN?";P
1040  PRINT "DO YOU KNOW POPULATION VARIANCE?"
1050  INPUT "TYPE Y OR N";Y$
1060  IF Y$ = "Y" OR Y$ = "N" GOTO 1080
1070  GOTO 1040
1080  IF Y$ = "N" GOTO 1100
1090  INPUT "POPULATION VARIANCE?";V
1100 SD =  SQR (V)
1110 XX = 0.398942449 / SD
1120  FOR I = 1 TO C
1130 E(I) = XX * EXP( - ((A(I) - P) ^ 2/(2 * V))) * IN * N
1140  NEXT I
1150  PR# 1
1160  IF A$ = "2" GOTO 1240
1170  PRINT
1180  PRINT
1190  PRINT  TAB( 5)"INPUT DATA"
1200  FOR I = 1 TO N
1210  PRINT "    "X(I);
1220  NEXT I
1230  PRINT
1240  PRINT
1250  PRINT  TAB( 5)"FRQUENCY DISTRIBUTION"
1260  PRINT "  INTERVAL" TAB( 18)"MEDIAN" TAB( 28)"F";
1270  PRINT  TAB( 35)"E.F"
1280  FOR I = 1 TO C
1290  PRINT B(I - 1) TAB( 8)" - "B(I) TAB( 20)A(I);
1300  PRINT  TAB( 28)Y(I) TAB( 35)E(I)
```

```
1310  NEXT I
1320  PRINT
1330  PRINT "NUMBER OF SAMPLE" TAB( 19)" = "N
1340  PRINT "MEAN" TAB( 19)" = "P
1350  PRINT "VARIANCE" TAB( 19)" = "V
1360  PRINT "STANDARD DEVIATION = "SD
1370 X1 = 0
1380 X2 = 0
1390 N1 = 0
1400  FOR I = 1 TO C
1410 X1 = X1 + Y(I)
1420 X2 = X2 + E(I)
1430  IF X1 < 5 OR X2 < 5 GOTO 1450
1440  GOTO 1470
1450 N1 = N1 + 1
1460  NEXT I
1470 X3 = 0
1480 X4 = 0
1490 N2 = 0
1500  FOR I = C TO 1 STEP  - 1
1510 X3 = X3 + Y(I)
1520 X4 = X4 + E(I)
1530  IF X3 < 5 OR X4 < 5 GOTO 1550
1540  GOTO 1570
1550 N2 = N2 + 1
1560  NEXT I
1570 S1 = N1 + 1
1580 Y(S1) = X1
1590 E(S1) = X2
1600 S2 = C - N2
1610 Y(S2) = X3
1620 E(S2) = X4
1630 CH = 0
1640  FOR I = S1 TO S2
1650 CH = CH + (Y(I) - E(I)) ^ 2 / E(I)
1660  NEXT I
1670 DF = C - N1 - N2 - 3
1680  PRINT
1690  PRINT "CHI-SQUARE" TAB( 19)" = "CH
1700  IF W$ = "Y" AND Y$ = "Y" GOTO 1740
1710  IF W$ = "Y" OR Y$ = "Y" GOTO 1760
1720  PRINT "DEGREE OF FREEDOM  = "DF
1730  GOTO 1770
1740  PRINT "DEGREE OF FREEDOM  = "DF + 2
1750  GOTO 1770
1760  PRINT "DEGREE OF FREEDOM  = "DF + 1
1770  PRINT "(FREQUENCY<5 ADDED TO NEXT CLASS FOR CHI-SQUARE)"
1780  PR# 0
1790  GOTO 40
```

```
   INPUT DATA
  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  2  3  4  5  6  7  8
 9 10  11  3  4  5  6  7  8  9  10  4  5  6  7  8  9  5  6
7  8  6  7
```

```
   FRQUENCY DISTRIBUTION
  INTERVAL           MEDIAN     F       E.F
.5        - 2.5        1.5      3.      2.15688115
2.5       - 4.5        3.5      7       6.67087513
4.5       - 6.5        5.5      11      11.7317043
6.5       - 8.5        7.5      11      11.7317043
8.5       - 10.5       9.5      7       6.67087513
10.5      - 12.5       11.5     3       2.15688115

NUMBER OF SAMPLE     = 42
MEAN                 = 6.5
VARIANCE             = 7.08536581
STANDARD DEVIATION   = 2.66183505


CHI-SQUARE           = .402598609
DEGREE OF FREEDOM    = 1
(FREQUENCY < 5 ADDED TO NEXT CLASS FOR CHI- SQUARE)
```

2·7 확률난수의 발생

시뮬레이션(simulation)의 기법을 사용하려면 확률분포의 확률난수(確率亂數)를 발생시켜야 한다. 여기에서는 다음과 같은 7가지 확률분포에서의 확률난수발생프로그램을 작성하였다.

1. 균등난수

모집단으로부터 일정 표본을 얻을 경우 일반적으로 기존의 난수표(亂數表)를 이용하고 있지만, 전산기에서는 *RND* 함수를 사용하여 난수를 발생시키며 이것은 다음의 확률분포에서도 기본적으로 이용된다.

$A=RND(P)$에서 P가 $0<P<1$의 임의의 수일 때 A는 0부터 1 사이의 난수를 만든다. 이와 같은 과정이 N회 되풀이되면 0부터 1 사이에 N개의 균등분포(均等分布 ; uniform distribution)를 얻게 된다.

2. 연속확률난수

연속확률분포에서 확률변수 X는 누적확률분포함수(累積確率分布函數) $u=F(x)$의 역함수 $X=F^{-1}(u)$에 의하여 확률난수 X를 구할 수 있다.

(1) 정규분포

정규분포는 $F^{-1}(u)$를 구하기 어려우므로 (0, 1)의 n개의 균등분포가 중심극한정리에 의하여 $X=\left(\sum u-\frac{n}{2}\right)/\sqrt{n/12}$은 근사적인 표준정규분포를 가지므로 이에 의하여 확률난수를 구한다.

(2) 감마분포 · χ^2 분포 및 F 분포

감마분포(gamma distribution)의 확률밀도함수

$$f(x)=\frac{x^{a-1}\cdot e^{-x/b}}{b^a\Gamma(a)}$$

에서 $a=1$ 이면 지수분포의 확률밀도함수가 되고 $a=m/2$, $b=2$ 이면 자유도 m 인 χ^2 분포의 확률밀도함수가 된다. 또한, X_1 이 자유도 n_1 인 χ^2 분포이고 X_2 가 자유도 n_2 인 χ^2 분포인 때 $F=(X_1/n_1)/(X_2/n_2)$는 자유도 (n_1, n_2)인 F 분포를 한다.

균등분포 u 에서 $F^{-1}(u)=-b\ln(u)$는 지수함수분포의 확률난수이므로 감마함수분포의 난수는 다음과 같은 식으로 구한다.

$$X=-b\Sigma\ln(u)$$

χ^2 분포와 F 분포의 확률난수는 앞의 관계에 따라 얻어진다.

3. 이산확률난수

확률 p 로서 m 회의 베르누이시행(Bernoulli 試行)에서 확률변수 X 는 이항분포를 하므로 (0, 1)의 m 개 균등난수에서 $(0, p)$ 사이의 난수의 개수는 이항분포의 난수이다. 포아송분포는 n 이 매우 크고 p 가 아주 적은 이항분포로부터 근사적인 확률밀도함수를 구한다.

$$f(x)=\frac{e^{-\lambda}\cdot\lambda^X}{X\,!}$$

$\lambda=np$ 에서 λ를 얻어 (0, 1)의 균등분포 u 에서 $\sum^{n}\ln(u)\geq-\lambda>\sum^{n+1}\ln(u)$, 즉 $\prod^{n}u\geq e^{-x}>\prod^{n+1}u$ 인 확률변수 X 를 구한다.

```
10   REM FILE NAME : SIMULATION
20   REM GENERATING RANDOM NUMBER
30   DIM X(500),Y(500),Z(500)
40   HOME
50   PRINT  TAB( 5)"DISTRIBUTION"
60   PRINT
70   PRINT "  1. UNIFORM"
80   PRINT "  2. NORMAL"
90   PRINT "  3. GAMMA"
100  PRINT "  4. CHI- SQUARE"
110  PRINT "  5. F"
120  PRINT "  6. BINOMIAL"
130  PRINT "  7. POISSON"
140  PRINT
150  PRINT "SELECT A NUMBER";
160  INPUT A
170  IF A < 1 OR A > 7 GOTO 150
180  ON A GOTO 1000,2000,3000,4000,5000,6000,7000
1000  PRINT
1010  INPUT "LOWER LIMIT?";L
1020  INPUT "UPPER LIMIT?";U
1030  INPUT "NUMBER OF RANDOM NUMBER?";N
1040 R = U - L
1050  FOR I = 1 TO N
```

```
1060 X(I) = L + R *  RND (0.5)
1065 X(I) =  INT (X(I) * 1000) / 1000
1070  NEXT I
1080  PR# 1
1090  PRINT
1100  PRINT
1110  PRINT  TAB( 5)"UNIFORM RANDOM NUMBER"
1120  PRINT
1130  PRINT "LOWER LIMIT = "L
1140  PRINT "UPPER LIMIT = "U
1150 K = 1
1160  GOSUB 8000
1170  GOTO 40
2000  PRINT
2010  INPUT "MEAN?";M
2020  INPUT "VARIANCE?";V
2030  INPUT "NUMBER OF RANDOM NUMBER?";N
2040  FOR I = 1 TO N
2050 S = 0
2060  FOR J = 1 TO N
2070 S = S +  RND (0.5)
2080  NEXT J
2090 X(I) = S
2100  NEXT I
2110 NN = N / 2
2120 NA =  SQR (N / 12)
2130  FOR I = 1 TO N
2140 X(I) = (X(I) - NN) / NA
2150 X(I) =  SQR (V) * X(I) + M
2160 X(I) =  INT (X(I) * 1000) / 1000
2170  NEXT I
2180  PR# 1
2190  PRINT
2200  PRINT
2210  PRINT  TAB( 5)"NORMAL RANDOM NUMBER"
2220  PRINT
2230  PRINT "MEAN = "M
2240  PRINT "VARIANCE = "V
2250 K = 1
2260  GOSUB 8000
2270  GOTO 40
3000  PRINT
3010  INPUT "PARAMETER A?";A
3020  INPUT "PARAMETER B?";B
3030  INPUT "NUMBER OF RANDOM NUMBER?";N
3040  GOSUB 8500
3043  FOR I = 1 TO N
3044 X(I) =  INT (X(I) * 1000) / 1000
3045  NEXT I
3050  PR# 1
3060  PRINT
3070  PRINT
3080  PRINT  TAB( 5)"GAMMA RANDOM NUMBER"
3090  PRINT
3100  PRINT "PARAMETER A = "A
3110  PRINT "PARAMETER B = "B
3120 K = 1
3130  GOSUB 8000
```

```
3140  GOTO 40
4000  PRINT
4010  INPUT "DEGREE OF FREEDOM?";DF
4020  INPUT "NUMBER OF RANDOM NUMBER?";N
4030 A = DF / 2
4040 B = 2
4050  GOSUB 8500
4060  FOR I = 1 TO N
4070 X(I) =  INT (X(I) * 1000) / 1000
4080  NEXT I
4090  PR# 1
4100  PRINT
4110  PRINT
4120  PRINT  TAB( 5)"CHI-SQUARE RANDOM NUMBER"
4130  PRINT
4140  PRINT "DEGREE OFF FREEDOM = "DF
4150 K = 1
4160  GOSUB 8000
4170  GOTO 40
5000  PRINT
5010  INPUT "DEGREE OF FREEDOM 1?";D1
5020  INPUT "DEGREE OF FREEDOM 2?";D2
5030  INPUT "NUMBER OF RANDOM NUMBER?";N
5040 A = D1 / 2
5050 B = 2
5060  GOSUB 8500
5070  FOR I = 1 TO N
5080 Y(I) = X(I) / D1
5090  NEXT I
5100 A = D2 / 2
5110 B = 2
5120  GOSUB 8500
5130  FOR I = 1 TO N
5140 Z(I) = X(I) / D2
5150 X(I) = Y(I) / Z(I)
5160  FOR I = 1 TO N
5170 X(I) =  INT (X(I) * 1000) / 1000
5180  NEXT I
5190  PR# 1
5200  PRINT
5210  PRINT
5220  PRINT  TAB( 5)"F RANDOM NUMBER"
5230  PRINT
5240  PRINT "DEGREE OF FREEDOM 1 = "D1
5250  PRINT "DEGREE OF FREEDOM 2 = "D2
5260 K = 1
5270  GOSUB 8000
5280  GOTO 40
6000  PRINT
6010  INPUT "PROBABILITY?";P
6020  INPUT "NUMBER OF TRIAL?";M
6030  INPUT "NUMBER OF RANDOM NUMBER?";N
6040  FOR I = 0 TO N
6050 X(I) = 0
6060  NEXT I
6070  FOR I = 1 TO N
6080 A = 0
6090  FOR J = 1 TO M
```

```
6100 R =  RND (0.5)
6110  IF R > P GOTO 6130
6120 A = A + 1
6130  NEXT J
6140 X(A) = X(A) + 1
6150  NEXT I
6160  PR# 1
6170  PRINT
6180  PRINT
6190  PRINT  TAB( 5)"BINOMIAL RANDOM NUMBER"
6200  PRINT
6210  PRINT "PROBABILITY = "P
6220  PRINT "NUMBER OF TRIAL = "M
6230 K = 0
6240  GOSUB 8000
6250  GOTO 40
7000  PRINT
7010  INPUT "PROBABILITY?";P
7020  INPUT "NUMBER OF TRIAL?";M
7030  INPUT "NUMBER OF RANDOM NUMBER?";N
7040 A =  EXP ( - P * M)
7050  FOR I = 0 TO N
7060 X(I) = 0
7070  NEXT I
7080  FOR I = 1 TO N
7090 B = 0
7100 S = 1
7110 S = S *  RND (0.5)
7120  IF A > S GOTO 7150
7130 B = B + 1
7140  GOTO 7110
7150 X(B) = X(B) + 1
7160  NEXT I
7170  PR# 1
7180  PRINT
7190  PRINT
7200  PRINT  TAB( 5)"POISSON RANDOM NUMBER"
7210  PRINT
7220  PRINT "PROBABILITY = "P
7230  PRINT "NUMBER OF TRIAL = "M
7240 K = 0
7250  GOSUB 8000
7260  GOTO 40
8000  PRINT
8010  FOR I = K TO N
8020  PRINT "    "X(I);
8030  NEXT I
8040  PRINT
8050  PR# 0
8060  RETURN
8500  FOR I = 1 TO N
8510 U = 1
8520  FOR J = 1 TO A
8530 U = U *  RND (0.5)
8540  NEXT J
8550 X(I) =  - B *  LOG (U)
8560  NEXT I
8570  RETURN
```

3. 회귀 및 상관분석

3·1 직선회귀

두 변량(變量)이 서로 짝을 지어 있는 데이터에서 한 변량이 다른 변량에 영향을 끼칠 때 이것을 독립변량(獨立變量)이라 하고, 다른 한 변량을 종속변량(從屬變量)이라 하며, 이들이 직선관계에 있을 경우에는 그 모형의 모수를 다음과 같이 추정한다.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i$$

식에서, β_0, β_1 : 모수(母數), ϵ_i : 잔차 $\sim N(0,\ \sigma^2)$

$\hat{Y} = b_0 + b_1 X$ 의 회귀식의 계수는 최소자승법(最小自乘法)에 의하여 다음과 같이 추정한다.

$$\Sigma x^2 = \Sigma(X - \bar{X})^2$$
$$\Sigma y^2 = \Sigma(Y - \bar{Y})^2$$
$$\Sigma xy = \Sigma(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})$$

일 때 β_1 의 추정치 b_1 과 β_0 의 추정치 b_0 는 다음과 같다.

$$b_1 = \Sigma xy / \Sigma x^2$$
$$b_0 = \bar{Y} - b_0 \bar{X}$$

회귀계수 b_1 의 유의성검정($H_0 : \beta_1 = 0,\ H_a : \beta_1 \neq 0$)은 분산분석(分散分析)으로 할 수 있다.

요　인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전　체	$n-1$	SST		
회　귀	1	SSR	MSR	MSR/MSE
잔　차	$n-2$	SSE	MSE	

$$SST = \Sigma y^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2/n$$
$$SSR = \Sigma(\hat{Y} - \bar{Y})^2 = b_1 \Sigma xy = (\Sigma xy)^2 / \Sigma x^2$$
$$SSE = SST - SSR$$

또한, 회귀계수(回歸係數) b_1 의 표준오차는

$$S_b = \sqrt{MSE / \Sigma x^2}$$

이므로 $t = b_1 / S_b$ 에 의한 t 검정으로도 할 수 있다.

```
10  REM FILE NAME : LREG
20  REM LINEAR REGRESSION
30  DIM X(100),Y(100)
40  INPUT "NUMBER OF SAMPLE?";N
50  FOR I = 1 TO N
60  PRINT "SAMPLE ";I;" X , Y ";
70  INPUT X(I),Y(I)
80  NEXT I
90 TX = 0
100 TY = 0
110 SX = 0
120 SY = 0
130 XY = 0
140  FOR I = 1 TO N
150 TX = TX + X(I)
160 TY = TY + Y(I)
170 SX = SX + X(I) * X(I)
180 SY = SY + Y(I) * Y(I)
190 XY = XY + X(I) * Y(I)
200  NEXT I
210 MX = TX / N
220 MY = TY / N
230 SX = SX - TX * TX / N
240 SY = SY - TY * TY / N
250 XY = XY - TX * TY / N
260 B = XY / SX
270 A = MY - B * MX
280 RS = XY * XY / SX
290 SR = SY - RS
300 MS = SR / (N - 2)
310 F = RS / MS
320 R = XY /  SQR (SX * SY)
330  PR# 1
340  PRINT
350  PRINT
360  PRINT "    INPUT DATA"
370  PRINT
380  PRINT "NO","X","Y"
390  FOR I = 1 TO N
400  PRINT I,X(I),Y(I)
410  NEXT I
420  PRINT
430  PRINT "TOTAL",TX,TY
440  PRINT
450  PRINT "    REGRESSION EQUATION"
460  PRINT "Y = ";A;" + ";B;" X"
470  PRINT
480  PRINT "    ANALYSIS OF VARIANCE"
490  PRINT "SV"; TAB( 12);"DF"; TAB( 21);"SS"; TAB( 36);"MS"
500  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);N - 1; TAB( 19);SY
510  PRINT "REGRESSION"; TAB( 12);"1"; TAB( 19);RS; TAB( 34)
      ;RS
520  PRINT "RESIDUAL"; TAB( 12);N - 2; TAB( 19);SR; TAB( 34)
      ;MS
530  PRINT
540  PRINT "CORRELATION COEFFICIENT = ";R
550  PR# 0
560  GOTO 40
```

```
    INPUT DATA

NO                  X                   Y
1                   1                   4
2                   2                   5
3                   3                   13
4                   4                   25
5                   5                   26
6                   6                   33
7                   7                   40
8                   8                   42
9                   9                   44
10                  10                  48
TOTAL               55                  280

    REGRESSION EQUATION
Y = -.866666664 + 5.24848485 X

    ANALYSIS OF VARIANCE
  SV          DF        SS                 MS
TOTAL         9       2364
REGRESSION    1       2272.59394      2272.59394
RESIDUAL      8       91.4060602      11.4257575

CORRELATION COEFFICIENT = .980476493
```

3·2 곡선회귀(대수변환)

독립변량 X 의 변화에 대하여 종속변량 Y 가 곡선적으로 변화되는 경우 중에서 대수곡선(對數曲線)을 나타내는 경우로서 다음과 같은 3가지 곡선식(曲線式)으로 나타낼 수 있다.

$$Y = aX^b$$
$$Y = ab^X$$
$$e^Y = aX^b$$

위의 식에서 양변을 대수로 바꾸면 다음과 같다.

$$\log\ Y = \log\ a + b \log\ X$$
$$\log\ Y = \log\ a + \log\ bX$$
$$Y = \log\ a + b \log\ X$$

이들 식을 $Y' = \log\ Y$, $a' = \log\ a$, $X' = \log\ X$, $b' = \log\ b$ 로 바꾸면 다음과 같은 직선회귀식(直線回歸式)이 된다.

$$Y' = a' + bX'$$
$$Y' = a' + b'X$$
$$Y = a' + bX'$$

따라서, X 나 Y 또는 X 와 Y 를 대수로 바꾸어 직선회귀분석과 같은 방법에 의하여 회귀계수를 추정할 수 있다.

```
10  REM FILE NAME : LOGREG
20  REM LOGARITHMIC CURVE REGESSION
30  DIM X(100),Y(100),LX(100),LY(100)
40  PRINT
50  PRINT "1 : Y = LOG A + B LOG X"
60  PRINT "2 : LOG Y = LOG A + LOG B X"
70  PRINT "3 : LOG Y = LOG A + B LOG X"
80  INPUT "WHICH CURVE WOULD YOU WANT?";A
90  IF A = 1 OR A = 2 OR A = 3 GOTO 110
100  GOTO 50
110  INPUT "NUMBER OF SAMPLE?";N
120  FOR I = 1 TO N
130  PRINT "SAMPLE ";I;" X , Y ?";
140  INPUT X(I),Y(I)
150  NEXT I
160  IF A = 3 GOTO 280
170  IF A = 2 GOTO 230
180  FOR I = 1 TO N
190 LX(I) =  LOG (X(I)) / 2.3025851
200 LY(I) = Y(I)
210  NEXT I
220  GOTO 320
230  FOR I = 1 TO N
240 LX(I) = X(I)
250 LY(I) =  LOG (Y(I)) / 2.3025851
260  NEXT I
270  GOTO 320
280  FOR I = 1 TO N
290 LX(I) =  LOG (X(I)) / 2.3025851
300 LY(I) =  LOG (Y(I)) / 2.3025851
310  NEXT I
320 TX = 0
330 TY = 0
340 SX = 0
350 SY = 0
360 XY = 0
370  FOR I = 1 TO N
380 TX = TX + LX(I)
390 TY = TY + LY(I)
400 SX = SX + LX(I) * LX(I)
410 SY = SY + LY(I) * LY(I)
420 XY = XY + LX(I) * LY(I)
430  NEXT I
440 SX = SX - TX * TX / N
450 SY = SY - TY * TY / N
460 XY = XY - TX * TY / N
470 B = XY / SX
480 C = TY / N - B * TX / N
490 RS = XY * XY / SX
500 SR = SY - RS
510 R = RS / SY
520 D = C * 2.3025851
530  PR# 1
540  PRINT
550  PRINT
560  PRINT
570  PRINT "    INPUT DATA"
580  PRINT
```

```
590  PRINT "NO","X","Y"
600  FOR I = 1 TO N
610  PRINT I,X(I),Y(I)
620  NEXT I
630  PRINT
640  PRINT "    REGRESSION EQUATION"
650  PRINT
660  IF A = 3 GOTO 740
670  IF A = 2 GOTO 710
680  PRINT "Y = ";C;" + ";B;" LOG X"
690  PRINT "EXP(Y) = "; EXP (D);" * X ** ";B
700  GOTO 770
710  PRINT "LOG Y = ";C;" + ";B;" X"
720  PRINT "Y= "; EXP (D);" * X ** "; EXP (B * 2.3025851)
730  GOTO 770
740  PRINT "LOG Y = ";C;" + ";B;" LOG X"
750  PRINT "Y = "; EXP (D);" * ";B;" ** X"
760 N2 = N - 2
770  PRINT
780  PRINT "    ANALYSIS OF VATIANCE"
790  PRINT
800  PRINT "SV"; TAB( 12);"DF"; TAB( 21);"SS"; TAB( 36);"MS"
810  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);N - 1; TAB( 19);SY
820  PRINT "REGRESSION 1"; TAB( 19);RS; TAB( 34);RS
830  PRINT "RESIDUAL";TAB( 12);N2;TAB( 19);SR;TAB( 34);SR/N2
840  PRINT
850  PRINT "R SQUARE = ";R
860  PR# 0
870  GOTO 40
```

```
      INPUT DATA

NO                  X                   Y
1                   4.5                 0
2                   5.5                 1
3                   6.5                 2
4                   8                   3
5                   10                  4
6                   12                  5
7                   15.5                6
8                   17.5                7


     REGRESSION EQUATION

Y = -7.47396685 + 11.5180061 LOG X
EXP(Y) = 3.35763254E-08 * X ** 11.5180061

     ANALYSIS OF VATIANCE

  SV         DF        SS               MS
TOTAL        7        42
REGRESSION   1        41.8929318       41.8929318
RESIDUAL     6        .107068211       .0178447018

R SQUARE = .997450757
```

INPUT DATA

NO	X	Y
1	0	4.5
2	1	5.5
3	2	6.5
4	3	8
5	4	10
6	5	12
7	6	15.5
8	7	17.5

REGRESSION EQUATION

```
LOG Y = .6496688 + .0865992556 X
Y = 4.46343073 * X ** 1.22067277
```

ANALYSIS OF VATIANCE

SV	DF	SS	MS
TOTAL	7	.315781109	
REGRESSION	1	.314976105	.314976105
RESIDUAL	6	8.05004151E-04	1.34167358E-04

R SQUARE = .997450753

INPUT DATA

NO	X	Y
1	3.25	7.34
2	5	4.77
3	5.71	4.18
4	8.27	2.88
5	11.5	2.07
6	14.85	1.59
7	17.49	1.36
8	20.35	1.17
9	22.4	1.06

REGRESSION EQUATION

```
LOG Y = 1.37936917 + -1.00289606 LOG X
Y = 23.9535101 * -1.00289606 ** X
```

ANALYSIS OF VATIANCE

SV	DF	SS	MS
TOTAL	8	.708973943	
REGRESSION	1	.708963434	.708963434
RESIDUAL	7	1.05097424E-05	1.50139178E-06

R SQUARE = .999985176

3·3 다항회귀

독립변량 X 에 대한 종속변량 Y 가 곡선적인 경우 중에서 다음과 같은 n 차의 다항식(多項式)으로 나타낼 수 있는 경우이다.

$$Y = b_0 + b_1X + b_2X^2 + b_3X^3 + \cdots\cdots\cdots + b_nX^n$$

위의 식에서 $X_1 = X$, $X_2 = X^2$, $X_3 = X^3$, ………, $X_n = X^n$ 으로 변형하면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \cdots\cdots\cdots + b_nX_n$$

위의 식은 중회귀분석(重回歸分析)의 모형과 동일하게 되어 X, X^2, X^3, ……… 을 X_1, X_2, X_3, ……… 으로 바꾸어 중회귀분석과 같은 방법에 의하여 각 회귀계수를 추정할 수 있다(중회귀분석 참조).

```
10  REM FILE NAME : POLYNOMIAL
20  REM NTH-ORDER POLYNOMIAL REGRESSION
30  DIM X(100),Y(100),A(13),R(7,8),T(8)
40  INPUT "DEGREE OF EQUATION?";D
50  INPUT "NUMBER OF SAMPLE?";N
60  FOR I = 1 TO N
70  PRINT "SAMPLE ";I;" X , Y ";
80  INPUT X(I),Y(I)
90  NEXT I
100 A(1) = N
110  FOR I = 2 TO 2 * D + 1
120 A(I) = 0
130  NEXT I
140  FOR I = 1 TO D + 2
150 T(I) = 0
160  NEXT I
170  FOR I = 1 TO D + 1
180  FOR J = 1 TO D + 2
190 R(I,J) = 0
200  NEXT J
210  NEXT I
220  FOR I = 1 TO N
230  FOR J = 2 TO 2 * D + 1
240 A(J) = A(J) + X(I) ^ (J - 1)
250  NEXT J
260  FOR K = 1 TO D + 1
270 R(K,D + 2) = T(K) + Y(I) * X(I) ^ (K - 1)
280 T(K) = T(K) + Y(I) * X(I) ^ (K - 1)
290  NEXT K
300 T(D + 2) = T(D + 2) + Y(I) * Y(I)
310  NEXT I
320  FOR J = 1 TO D + 1
330  FOR K = 1 TO D + 1
340 R(J,K) = A(J + K - 1)
350  NEXT K
```

```
360  NEXT J
370  FOR J = 1 TO D + 1
380  FOR K = J TO D + 1
390  IF R(K,J) <  > 0 GOTO 430
400  NEXT K
410  PRINT "NO UNIQUE SOLUTION"
420  GOTO 40
430  FOR I = 1 TO D + 2
440 S = R(J,I)
450 R(J,I) = R(K,I)
460 R(K,I) = S
470  NEXT I
480 Z = 1 / R(J,J)
490  FOR I = 1 TO D + 2
500 R(J,I) = Z * R(J,I)
510  NEXT I
520  FOR K = 1 TO D + 1
530  IF K = J GOTO 580
540 Z =  - R(K,J)
550  FOR I = 1 TO D + 2
560 R(K,I) = R(K,I) + Z * R(J,I)
570  NEXT I
580  NEXT K
590  NEXT J
600 S1 = T(D + 2) - T(1) * T(1) / N
610 S2 = 0
620  FOR J = 2 TO D + 1
630 S2 = S2 + R(J,D + 2) * (T(J) - A(J) * T(1) / N)
640  NEXT J
650 S3 = S1 - S2
660 RS = S2 / S1
670  PR# 1
680  PRINT
690  PRINT
700  PRINT "    POLYNOMIAL REGRESSION"
710  PRINT
720  PRINT "    INPUT DATA"
730  PRINT
740  PRINT "NO","X","Y"
750  FOR I = 1 TO N
760  PRINT I,X(I),Y(I)
770  NEXT I
780  PRINT
790  PRINT "    REGRESSION COEFFICIENT"
800  PRINT
810  PRINT  TAB( 16);"CONSTANT = ";R(1,D + 2)
820  FOR J = 1 TO D
830  PRINT J;" DEGREE OF COEFFICIENT = ";R(J + 1,D + 2)
840  NEXT J
850 ND = N - D - 1
860  PRINT
870  PRINT "    ANALYSIS OF VARIANCE"
880  PRINT "  SV"; TAB( 12); TAB( 21);"SS"; TAB( 36);"MS"
890  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);N - 1; TAB( 19);S1
900  PRINT "REGRESSION";TAB(12);D;TAB(19);S2;TAB(34);S2/D
910  PRINT "RESIDUAL"; TAB( 12);ND; TAB( 19);S3;
920  PRINT  TAB( 34);S3 / ND
930  PRINT
```

```
940  PRINT "R SQUARE = ";RS
950  PR# 0
960  GOTO 40
```

```
     POLYNOMIAL REGRESSION

     INPUT DATA

NO                 X                 Y
1                  6                 .029
2                  7                 .052
3                  8                 .079
4                  9                 .125
5                  10                .181
6                  11                .261
7                  12                .425
8                  13                .338
9                  14                1.13
10                 15                1.882
11                 16                2.812

     REGRESSION COEFFICIENT
                CONSTANT = .401431203
1 DEGREE OF COEFFICIENT = -.486315445
2 DEGREE OF COEFFICIENT = .136361967
3 DEGREE OF COEFFICIENT = -.0140216376
4 DEGREE OF COEFFICIENT = 4.9999865E-04

     ANALYSIS OF VARIANCE
  SV                   SS                MS
TOTAL        10     8.28418492
REGRESSION 4        8.18416004       2.04604001
RESIDUAL     6      .100024879       .0166708132

R SQUARE = .987925803
```

3·4 상관계수

두 변량간의 단순상관계수(單純相關係數)는 다음과 같이 계산한다.

$$r=\frac{\Sigma(X_1-\bar{X}_1)(X_2-\bar{X}_2)}{\sqrt{\Sigma(X_1-\bar{X}_1)^2\cdot\Sigma(X_2-\bar{X}_2)^2}}$$

이 상관계수의 유의성검정(有意性檢定)은

$$t=\frac{r}{\sqrt{(n-2)(1-r^2)}}$$

의 t 검정에 의하지만 자유도(自由度)에 따라 유의성을 나타내는 상관계수가 표로 제시되어 있다(부표 5 참조).

모상관계수가 0이 아닌 어떤 특정 값(ρ_0)이냐에 대한 검정은 상관계수를 Z 변환하여 검정한다.

$$Z=\frac{1}{2}\left\{\log_e\left(\frac{1+r}{1-r}\right)\right\}$$

$$\sigma_z=\frac{1}{\sqrt{n-3}}$$

$$t=\frac{Z_r-Z_{r0}}{\sigma_z}$$

$$df=n-2$$

본프로그램에서는 여러 개의 변량간의 모든 가능한 조합에 대한 상관계수를 전부 계산하여 상관계수행렬로 나타내었다.

```
10  REM FILE NAME : COR
20  REM SIMPLE CORRELATION MATRIX
30  DIM X(100,30),T(30),M(30),R(30,30),S(30)
40  INPUT "NUMBER OF VARIABLE?";L
50  INPUT "NUMBER OF SAMPLE?";N
60  FOR I = 1 TO L
70 T(I) = 0
80  FOR J = 1 TO L
90 R(I,J) = 0
100  NEXT J
110  NEXT I
120  FOR I = 1 TO N
130  FOR J = 1 TO L
140  PRINT "SAMPLE ";I;"  VARIAVLE ";J;
150  INPUT X(I,J)
160  NEXT J
170  NEXT I
180  FOR I = 1 TO N
190  FOR J = 1 TO L
200 T(J) = T(J) + X(I,J)
210  NEXT J
220  NEXT I
230  FOR K = 1 TO N
240  FOR I = 1 TO L
250  FOR J = I TO L
260 R(I,J) = R(I,J) + X(K,I) * X(K,J)
270  NEXT J
280  NEXT I
290  NEXT K
300  FOR I = 1 TO L
310 M(I) = T(I) / N
320  FOR J = I TO L
330 R(I,J) = R(I,J) - T(I) * T(J) / N
340 R(J,I) = R(I,J)
350  NEXT J
360 S(I) = R(I,I)
370  NEXT I
380  FOR I = 1 TO L
390  FOR J = 1 TO L
400 R(I,J) = R(I,J) /  SQR (S(I) * S(J))
410  NEXT J
420  NEXT I
430  PR# 1
440  PRINT
450  PRINT
```

```
460  PRINT
470  PRINT "     INPUT DATA"
480  PRINT
490  PRINT "SAMPLE / VARIABLE"
500  FOR I = 1 TO N
510  PRINT I; TAB( 1)
520  FOR J = 1 TO L
530  PRINT "     ";X(I,J);
540  NEXT J
550  PRINT
560  NEXT I
570  PRINT
580  PRINT "     TOTAL"
590  PRINT
600  FOR I = 1 TO L
610  PRINT "     ";T(I);
620  NEXT I
630  PRINT
640  PRINT
650  PRINT "     MEAN"
660  PRINT
670  FOR I = 1 TO L
680  PRINT "     ";M(I);
690  NEXT I
700  PRINT
710  PRINT
720  PRINT "     CORRELATION MATRIX"
730  PRINT
740  FOR I = 1 TO L
750  FOR J = 1 TO L
760  PRINT "     ";R(I,J);
770  NEXT J
780  PRINT
790  NEXT I
800  PRINT
810  PR# 0
820  GOTO 40
```

```
     INPUT DATA

SAMPLE / VARIABLE
1      14.3     10.8     12.8     11.4
2      12.7     13     10.6     14.6
3      10.7     13.8     13     12.2
4      14.4     10.7     12.5     12.8
5      8.7     16.2     12.2     11.8
6      14.3     10.8     12.8     11.4
7      12.7     13     10.6     14.6
8      10.7     13.8     13     12.2
9      14.4     10.7     12.5     13.8
10      8     16.2     12.2     11.8
     TOTAL

     120.9     129     122.2     126.6
     MEAN

     12.09     12.9     12.22     12.66
```

```
CORRELATION MATRIX

1    -.984234185    -7.00002842E-03    .274137661
-.984234185    1    -.155530616    -.150663757
-7.00002842E-03    -.155530616    1    -.800860111
.274137661    -.150663757    -.800860111    1
```

3·5 Logistic 곡선

Logistic 곡선식은 다음과 같다.

$$W=\frac{A}{1+\exp\{-(\lambda+\varkappa t)\}} \qquad \cdots\cdots(1)$$

식에서, W : t 시간에서의 성장량, λ : 상수, $\varkappa$: 상대성장률, t : 시간, A : 추정 최대 성장량

λ, $\varkappa$, A 의 추정치는 비선형식(非線型式)이므로 최소자승법에 의하여 직접 구하지 못하고 축차대입법(逐次代入法)에 의하여 근사적으로 구한다.

(1) 식에서 $Y=\ln W$, $\alpha=\ln A$ 로 하면

$$Y=\alpha-\ln[1+\exp\{-(\lambda+\varkappa t)\}]$$

여기에서 $\tau_i=\lambda+\varkappa t_i$, $\xi_i=(1+\exp\tau_i)^{-1}$ 라 하면

$$\frac{\partial Y_i}{\partial\alpha}=1,\quad \frac{\partial Y_i}{\partial\lambda}=\xi_i,\quad \frac{\partial Y_i}{\partial\varkappa}=\xi_i t_i$$

잔차 ϵ_i 를 고려하면 표본성적 y_i 는

$$y_i=Y_i+\epsilon_i$$

최소자승법에 의하여

$$\Sigma(y_i-Y_i)=0,\quad \Sigma(y_i-Y_i)\xi_i=0,\quad \Sigma(y_i-Y_i)\xi_i t_i=0$$

이 방정식은 일반적으로 명백한 해(解)를 가지지 않으므로 축차대입법으로 근사치를 구한다.

정규방정식

$$\left.\begin{aligned} n\delta\alpha_0 + \delta\lambda_0\Sigma\xi_i + \delta\varkappa_0\Sigma\xi_i t_i &= \Sigma(y_i-Y_i)\\ \delta\alpha_0\Sigma\xi_i + \delta\lambda_0\Sigma\xi_i^2 + \delta\varkappa_0\Sigma\xi_i^2 t_i &= \Sigma\xi_i(y_i-Y_i)\\ \delta\alpha_0\Sigma\xi_i t_i + \delta\lambda_0\Sigma\xi_i^2 t_i + \delta\varkappa_0\Sigma\xi_i^2 t_i^2 &= \Sigma\xi_i t_i(y_i-Y_i)\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(2)$$

에서 $\delta\alpha_0$, $\delta\lambda_0$, $\delta\varkappa_0$ 를 구하여 $\hat{\alpha}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{\varkappa}$ 를 얻는다.

$$\hat{\alpha}=\alpha_0+\delta\alpha_0,\quad \hat{\lambda}=\lambda_0+\delta\lambda_0,\quad \hat{\varkappa}=\varkappa_0+\delta\varkappa_0 \qquad \cdots\cdots(3)$$

α_0, λ_0, $\varkappa_0$ 와 이들에 의하여 추정된 α_1, λ_1, $\varkappa_1$ 과의 차이가 허용오차보다 크면 $\alpha_0=\alpha_1$, $\lambda_0=\lambda_1$, $\varkappa_0=\varkappa_1$ 으로 하여 다시 처음의 계산으로 되돌아간다.

초기 근사치 α_0, λ_0, $\varkappa_0$ 는 다음과 같이 얻는다. 즉, (1)식을

$$\ln\frac{W}{A-W}=\lambda+\varkappa t \qquad \cdots\cdots(4)$$

로 바꾸고 좌변을 μ_i 라고 하면

$$\mu_i = \lambda + \chi t_i \quad \cdots\cdots(5)$$

의 직선식이 되어 최소자승법에 의해 λ와 χ를 추정할 수 있다.

μ_i의 추정을 위하여 A_0는 다음 식으로 계산한다.

$$A_0 = \frac{\eta_1 + \eta_2 + 2\,\eta_2}{\eta_1\eta_3 - \eta_2^2}$$

$$\eta_1 = 1/W_1, \quad \eta_2 = 1/W_2, \quad \eta_3 = 1/W_3$$

W_1, W_2, W_3는 $t_1 + t_3 = 2\,t_2$에 해당하는 t_1, t_2, t_3에서의 W 수치이다. 여기에서 얻어진 A_0에 의하여 μ_i를 계산하여 (5)식에서 λ_0와 χ_0를 추정하며, α_0는 $\hat{\alpha} = \bar{y} - \sum \ln(1 - \xi_i)/n$에 의하여 추정한다. 추정치 $\hat{\alpha}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{\chi}$의 분산공분산은 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}^2 \times \begin{Bmatrix} n & \sum\xi_i & \sum\xi_i t_i \\ & \sum\xi_i^2 & \sum\xi_i^2 t_i \\ & & \sum\xi_i^2 t_i^2 \end{Bmatrix}^{-1}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum(y_i - Y_i)^2}{n-3}$$

```
10  REM FILE NAME : LOGISTIC
20  DIM WE(50),A(3,6),JT(50)
30  DIM BF(50),YL(50),CA(50),GZ(50)
40  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION?";N
50 IA = 1
60 I3 = N - 1
70 I2 =  INT (N / 2)
80 I4 =  INT ((N + 1) / 2)
90  INPUT "X START VALUE?";JT(1)
100  INPUT "X INCREMENT?";X
110  FOR I = 2 TO N
120 II = I - 1
130 JT(I) = JT(II) + X
140  NEXT I
150  FOR I = 1 TO N
160  PRINT "OBSERVATION ";I;
170  INPUT WE(I)
180  NEXT I
190 SW = 0
200  FOR I = 1 TO N
210 SW = SW + WE(I)
220  NEXT I
230 WM = SW / N
240 CK = N / 2
250 YA = 1 / WE(1)
260 CM =  ABS (I2 - CK) - 0.00001
270  IF CM <  = 0 GOTO 310
280 YB = 1 / WE(I4)
290 YC = 1 / WE(N)
300  GOTO 330
310 YB = 1 / WE(I2)
320 YC = 1 / WE(I3)
330 Q = (YA + YC - 2 * YB) / (YA * YC - YB ^ 2)
340  PR# 1
350  PRINT
```

```
360  PRINT
370  PRINT
380  PRINT
390  PRINT "INPUT DATA"
400  PRINT
410  FOR I = 1 TO N
420  PRINT I,JT(I),WE(I)
430  NEXT I
440  PRINT "TOTAL          ",,SW
450  PRINT "MEAN           ",,WM
460  PRINT
470  PRINT "Y1 = ";YA
480  PRINT "Y2 = ";YB
490  PRINT "Y3 = ";YC
500  PRINT "A = ";Q
510  FOR I = 1 TO N
520 BB = Q - WE(I)
530  IF BB > 0 GOTO 570
540  PRINT
550  PRINT "NEGATIVE AT ";I;" DIFFERENCE =";BB
560  GOTO 40
570 BC = WE(I) / BB
580 YL(I) =  LOG (BC)
590 BF(I) =  LOG (WE(I))
600  NEXT I
610 SW = 0
620 WM = 0
630 SX = 0
640 SY = 0
650 XY = 0
660 TB = 0
670 S9 = 0
680  FOR I = 1 TO N
690 TB = TB + BF(I)
700 S9 = S9 + BF(I) * BF(I)
710 SW = SW + JT(I)
720 WM = WM + YL(I)
730 XY = XY + JT(I) * YL(I)
740 SX = SX + JT(I) ^ 2
750 SY = SY + YL(I) ^ 2
760  NEXT I
770 XM = SW / N
780 XV = (SX - N * XM ^ 2) / (N - 1)
790 XD =  SQR (XV)
800 YM = WM / N
810 YV = (SY - N * YM ^ 2) / (N - 1)
820 YD =  SQR (YV)
830 CV = (XY - N * XM * YM) / (N - 1)
840 RR = CV / (XD * YD)
850 PP = (RR * YD) / XD
860 A3 = YM - PP * XM
870 A4 = A3
880 G3 = 0
890 CC = 0
900  FOR I = 1 TO N
910 RC =  EXP (PP * JT(I) + A4)
920 GZ(I) = 1 / (RC + 1)
930 CA(I) =  LOG (1 - GZ(I))
```

```
940 CC = CC + CA(I)
950 G3 = G3 + GZ(I)
960  NEXT I
970  IF IA > 1 GOTO 990
980 K1 = TB / N - CC / N
990 KK = 0
1000 CV = 0
1010 C4 = 0
1020 D1 = 0
1030 D2 = 0
1040 D3 = 0
1050 D4 = 0
1060 D5 = 0
1070 D6 = 0
1080  FOR I = 1 TO N
1090 SM = BF(I) - K1 - CA(I)
1100 C4 = C4 + SM
1110 CV = CV + SM ^ 2
1120 DD = GZ(I) * GZ(I)
1130 G2 = GZ(I) * JT(I)
1140 D2 = D2 + G2
1150 D3 = D3 + DD * JT(I)
1160 D1 = D1 + DD
1170 D4 = D4 + DD * JT(I) ^ 2
1180 GK = GZ(I) * SM
1190 D5 = D5 + GK
1200 D6 = D6 + GK * JT(I)
1210  NEXT I
1220  FOR I = 1 TO 3
1230  FOR J = 1 TO 6
1240 A(I,J) = 0
1250  NEXT J
1260  NEXT I
1270 A(1,1) = N
1280 A(1,2) = G3
1290 A(1,3) = D2
1300 A(2,2) = D1
1310 A(2,3) = D3
1320 A(3,3) = D4
1330  FOR I = 1 TO 3
1340  FOR J = I TO 3
1350 A(J,I) = A(I,J)
1360  NEXT J
1370  NEXT I
1380  FOR I = 1 TO 3
1390 NC = I + 3
1400 A(I,NC) = 1
1410  NEXT I
1420  FOR I = 1 TO 3
1430 II = I + 1
1440  FOR J = II TO 6
1450 A(I,J) = A(I,J) / A(I,I)
1460  NEXT J
1470  FOR K = 1 TO 3
1480  IF K = I GOTO 1520
1490  FOR J = II TO 6
1500 A(K,J) = A(K,J) - A(K,I) * A(I,J)
1510  NEXT J
```

```
1520  NEXT K
1530  NEXT I
1540 K2 = A(1,4) * C4 + A(1,5) * D5 + A(1,6) * D6 + K1
1550 A5 = A(2,4) * C4 + A(2,5) * D5 + A(2,6) * D6 + A4
1560 A6 = A(3,4) * C4 + A(3,5) * D5 + A(3,6) * D6 + PP
1570  IF IA > 10 GOTO 2100
1580  IF  ABS (A3 - A5) <  = 0.001 GOTO 1640
1590 K1 = K2
1600 A3 = A5
1610 PP = A6
1620 IA = IA + 1
1630  GOTO 870
1640 S9 = S9 - TB * TB / N
1650 S8 = S9 - CV
1660 S7 = S8 / 2
1670 S6 = CV / (N - 3)
1680 S5 = A(1,4) * S6
1690 S4 = A(2,5) * S6
1700 S3 = A(3,6) * S6
1710 H3 =  EXP (K2)
1720  PRINT
1730  PRINT "INVERSE MATRIX"
1740  FOR I = 1 TO 3
1750  PRINT A(I,4); TAB( 19);A(I,5); TAB( 38);A(I,6)
1760  NEXT I
1770  PRINT
1780  PRINT "END ";IA
1790  PRINT
1800  PRINT "ALPHA = ";K2
1810  PRINT "LAMDA = ";A5
1820  PRINT "KAPPA = ";A6
1830  PRINT "A = ";H3
1840  PRINT
1850  PRINT "VARIANCE"
1860  PRINT "ALPHA = ";S5
1870  PRINT "LAMDA = ";S4
1880  PRINT "KAPPA = ";S3
1890  PRINT
1900 T2 = 0
1910 T3 = 0
1920 T4 = 0
1930  PRINT
1940  PRINT "X"; TAB( 9);"OBSERVED"; TAB( 24);"EXPECTED";
1950  PRINT  TAB( 39);"DIFFERENCE"
1960  FOR I = 1 TO N
1970 WW = H3 / (1 +  EXP ( - (A5 + A6 * JT(I))))
1980 WD = WE(I) - WW
1990 T2 = T2 + WE(I)
2000 T3 = T3 + WE(I) * WE(I)
2010 T4 = T4 + WD * WD
2020  PRINT JT(I); TAB( 10);WE(I); TAB( 23);WW; TAB( 38);WD
2030  NEXT I
2040 T3 = T3 - T2 * T2 / N
2050 T5 = (T3 - T4) / T3
2060  PRINT
2070  PRINT "R SQUARE = ";T5
2080  PR# 0
2090  GOTO 40
```

```
2100  PRINT
2110  PRINT "NO CONVERGENCE AFTER 10 ITERATION"
2120  PR# 0
2130  GOTO 40
```

```
INPUT DATA
1              0              79
2              12             104.9
3              24             134.4
4              36             170
5              48             212.6
6              60             257.9
7              72             290.5
8              84             339.3
9              96             331.3
10             108            400
11             120            427
12             132            453.2
13             144            458.4
14             156            464.2
TOTAL                         4122.7
MEAN                          294.478572
Y1 = .0126582279
Y2 = 3.44234079E-03
Y3 = 2.18150087E-03
A = 504.626593
INVERSE MATRIX
.723964697        -.557787204        -.0211260444
-.557787203       1.07704352         5.50882563E-03
-.0211260444      5.50882564E-03     9.46344897E-04
END 1
ALPHA = 6.21282426
LAMDA = -1.6615045
KAPPA = .02786504
A = 499.108873
VARIANCE
ALPHA = 8.67875523E-04
LAMDA = 1.2911399E-03
KAPPA = 1.1344608E-06
X       OBSERVED     EXPECTED      DIFFERENCE
0        79          79.6378812    -.63788119
12       104.9       104.63093     .26906994
24       134.4       134.944324    -.544324338
36       170         170.249741    -.249741375
48       212.6       209.478724    3.12127602
60       257.9       250.851846    7.04815454
72       290.5       292.153768    -1.65376747
84       339.3       331.18416     8.11583972
96       331.3       366.202285    -34.9022848
108      400         396.1873      3.81269968
120      427         420.853038    6.14696253
132      453.2       440.482226    12.7177744
144      458.4       455.695657    2.70434344
156      464.2       467.246815    -3.04681468
R SQUARE = .993546723
```

3·6 Asymptotic 곡선

Asymtotic 곡선은 $Y=\alpha+\beta(\rho^x)$이며 계수 α, β, ρ의 추정은 이 곡선식이 비선형이므로 축차대입법에 의하여 근사적으로 얻어진다.

r_1을 ρ의 첫번째 근사치라고 하면 Taylor의 공리(公理)에 의하여 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\alpha + \beta(\rho^x)=\alpha + \beta(r_1{}^X) + \beta(\rho - r_1)(Xr_1{}^{X-1})$$

여기에서 $X_0=1$, $X_1=r_1{}^X$, $X_2=Xr_1{}^{X-1}$로 하면

$$\hat{Y}=aX_0 + bX_1 + cX_2$$

의 중회귀식이 되므로 최소자승법에 의하여 a와 b를 추정하면 이들은 각각 $\hat{\alpha}$와 $\hat{\beta}$의 두번째 근사치가 된다.

$$c=b(r_2 - r_1)$$
$$r_2=r_1 + c/b$$

여기에서 r_2는 $\hat{\rho}$의 두번째 근사치이며, 이때의 r_1은 표본수에 따라 다음과 같이 계산한다.

$$n=4 : r_1=\frac{4\ Y_3 + Y_2 - 5\ Y_1}{4\ Y_2 + Y_1 - 5\ Y_0}$$

$$n=5 : r_1=\frac{4\ Y_4 + 3\ Y_3 - Y_2 - 6\ Y_1}{4\ Y_3 + 3\ Y_2 - Y_1 - 6\ Y_0}$$

$$n=6 : r_1=\frac{4\ Y_5 + 4\ Y_4 + 2\ Y_3 - 3\ Y_2 - 7\ Y_1}{4\ Y_4 + 4\ Y_3 + 2\ Y_2 - 3\ Y_1 - 7\ Y_0}$$

$$n=7 : r_1=\frac{Y_6 + Y_5 + Y_4 - Y_2 - 2\ Y_1}{Y_5 + Y_4 + Y_3 - Y_1 - 2\ Y_0}$$

이러한 과정을 되풀이하여 먼저번 추정치와 다음 추정치간의 차이가 허용오차 내에 들때까지 계속한다.

```
10  REM FILE NAME : ASYMP
20  REM FITTING AN ASYMPTOTIC REGRESSION
30  DIM X(10),Y(10),XX(3,10),XT(3),X3(3,6),XY(3),R(3)
40  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION";N
50  IF N < 8 AND N > 3 GOTO 80
60  PRINT "NUMBER OF OBSERVATION IS LESS THAN 4 OR GREATER THAN  7"
70  GOTO 40
80  INPUT "X START POINT?";AA
90  FOR I = 1 TO N
100 X(I) = AA + I - 1
110  PRINT "OBSERVATION ";I;
120  INPUT Y(I)
130  NEXT I
140  FOR I = 1 TO 3
150 XT(I) = 0
```

```
160 XY(I) = 0
170  FOR J = 1 TO 6
180 X3(I,J) = 0
190  NEXT J
200  NEXT I
210 NC = 0
220 SY = 0
230 YT = 0
240  FOR I = 1 TO N
250 YT = YT + Y(I)
260 SY = SY + Y(I) * Y(I)
270  NEXT I
280 SY = SY - YT * YT / N
290  IF N = 7 GOTO 400
300  IF N = 6 GOTO 370
310  IF N = 5 GOTO 340
320 R1 = (4 * Y(4)+Y(3)-5 * Y(2))/(4 * Y(3)+Y(2)-5 * Y(1))
330  GOTO 420
340 R1 = (4 * Y(5) + 3 * Y(4) - Y(3) - 6 * Y(2))
350 R1 = R1 / (4 * Y(4) + 3 * Y(3) - Y(2) - 6 * Y(1))
360  GOTO 420
370 R1 = (4 * Y(6)+4 * Y(5)+2 * Y(4)-3 * Y(3)-7 * Y(2))
380 R1 = R1 / (4 * Y(5)+4 * Y(4)+2 * Y(3)-3 * Y(2)-7 * Y(1))
390  GOTO 420
400 R1 = (Y(7) + Y(6) + Y(5) - Y(3) - 3 * Y(2))
410 R1 = R1 / (Y(6) + Y(5) + Y(4) - Y(2) - 2 * Y(1))
420  FOR I = 1 TO N
430 XX(1,I) = 1
440 XX(2,I) = R1 ^ X(I)
450 XX(3,I) = X(I) * R1 ^ (X(I) - 10)
460  NEXT I
470  FOR I = 1 TO 3
480 XT(I) = 0
490 XY(I) = 0
500  FOR J = 1 TO 6
510 X3(I,J) = 0
520  NEXT J
530  NEXT I
540  FOR I = 1 TO 3
550  FOR J = 1 TO 3
560  FOR K = 1 TO N
570 X3(I,J) = X3(I,J) + XX(I,K) * XX(J,K)
580  NEXT K
590  NEXT J
600  NEXT I
610  FOR I = 1 TO 3
620  FOR J = 1 TO N
630 XY(I) = XY(I) + XX(I,J) * Y(J)
640 XT(I) = XT(I) + XX(I,J)
650  NEXT J
660  NEXT I
670  IF NC > = 1 GOTO 690
680 S1 = SY-(XY(2)-XT(2) * YT/N)/(X3(2,2)-XT(2) * XT(2)/N)
690 X3(1,4) = 1
700 X3(2,5) = 1
710 X3(3,6) = 1
720  FOR I = 1 TO 3
730 II = I + 1
```

```
740  FOR J = II TO 6
750 X3(I,J) = X3(I,J) / X3(I,I)
760  NEXT J
770  FOR K = 1 TO 3
780  IF I = K GOTO 820
790  FOR J = II TO 6
800 X3(K,J) = X3(K,J) - X3(I,J) * X3(K,I)
810  NEXT J
820  NEXT K
830  NEXT I
840  FOR I = 1 TO 3
850 R(I) = 0
860  FOR J = 4 TO 6
870 JJ = J - 3
880 R(I) = R(I) + X3(I,J) * XY(JJ)
890  NEXT J
900  NEXT I
910 R2 = R1 + R(3) / R(2)
920 XY(2) = XY(2) - XT(2) * YT / N
930 XY(3) = XY(3) - XT(3) * YT / N
940 S2 = R(2) * XY(2) + R(3) * XY(3)
950 S2 = SY - S2
960 NC = NC + 1
970  IF NC > 30 GOTO 1470
980  IF  ABS (S1 - S2) < 0.00001 GOTO 1020
990 S1 = S2
1000 R1 = R2
1010  GOTO 420
1020  PR# 1
1030  PRINT
1040  PRINT
1050  PRINT "INPUT DATA"
1060  PRINT "X","Y"
1070  FOR I = 1 TO N
1080  PRINT X(I),Y(I)
1090  NEXT I
1100  PRINT
1110  PRINT "TOTAL",YT
1120  PRINT
1130  PRINT "END ";NC
1140  PRINT
1150  PRINT "INVERSE MATRIX"
1160  FOR I = 1 TO 3
1170  PRINT X3(I,4); TAB( 19);X3(I,5); TAB( 38);X3(I,6)
1180  NEXT I
1190  PRINT
1200  PRINT "COEFFICIENT"
1210  PRINT "A = ";R(1);"   B = ";R(2);"   C = ";R(3)
1220  PRINT "R2 = ";R2
1230 DF = N - 3
1240 RS = S2 / DF
1250 DA =  SQR (RS * X3(1,4))
1260 DB =  SQR (RS * X3(2,5))
1270 SS = X3(3,6) / R(3) ^ 2 + X3(2,5) / R(2) ^ 2
1280 LL = R(2) * R(3)
1290 DR =  SQR (RS) * R(3)/R(2) * SQR(SS - 2 * X3(2,6)/LL)
1300  PRINT
1310  PRINT "DF = ";DF
```

```
1320  PRINT "STANDARD ERROR"
1330  PRINT "A= ";DA;"   B= ";DB;"   R2= ";DR
1340  PRINT "R SQUARE= ";(SY - S2) / SY
1350  PRINT
1360  PRINT "EQUATION"
1370  PRINT "Y = ";R(1);" + ";R(2);" * ";R2;" ** X"
1380  PRINT
1390  PRINT "X"; TAB( 9);"OBSERVED"; TAB( 24);"EXPECTED";
1400  PRINT  TAB( 39);"DIFFERENCE"
1410  FOR I = 1 TO N
1420 EY = R(1) + R(2) * R2 ^ X(I)
1430  PRINT X(I);TAB( 10);Y(I);TAB( 23);EY;TAB( 38);Y(I)-EY
1440  NEXT I
1450  PR# 0
1460  GOTO 40
1470  PRINT "NO CONVERGENCE AFTER 30 ITERATION"
1480  PR# 0
1490  GOTO 40
```

```
INPUT DATA
X                 Y
0                 57.5
1                 45.7
2                 38.7
3                 35.3
4                 33.1
5                 32.2

TOTAL             242.5

END 2

INVERSE MATRIX
1.65502856        -1.3746336          -6.85343844E-03
-1.3746336        2.05467316          4.36514672E-03
-6.85343844E-03   4.36514671E-03      3.64742414E-05

COEFFICIENT
A = 30.7240842    B = 26.8209061     C = -8.46592703E-05
R2 = .552485718

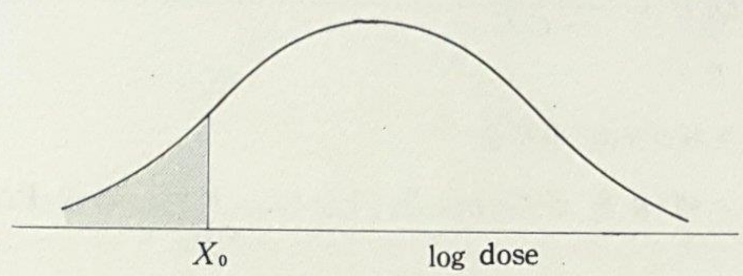
DF = 3
STANDARD ERROR
A= .23161655    B= .258070412    R2= -4.05555829E-05
R SQUARE= .99979307

EQUATION
Y = 30.7240842 + 26.8209061 * .552485718 ** X

X        OBSERVED         EXPEXTED          DIFFERENCE
0         57.5            57.5449904        -.0449903607
1         45.7            45.5422518        .157748178
2         38.7            38.9109102        -.210910201
3         35.3            35.2471887        .0528113395
4         33.1            33.2230349        -.12303485
5         32.2            32.1047188        .0952812433
```

3·7 Probit 분석

살충제의 농도를 증가시켜 갈 때 각 농도에서의 살충률(殺蟲率)은 일반적으로 비대칭적인 S 자형 곡선을 나타낸다. 그러나, 농도를 log 로 바꾸면 대칭적인 S 자형 곡선을 나타내게 되는데, 이것을 다시 Probit 변환하여 직선회귀식으로 바꾸어 LD_{50} 등을 추정한다.



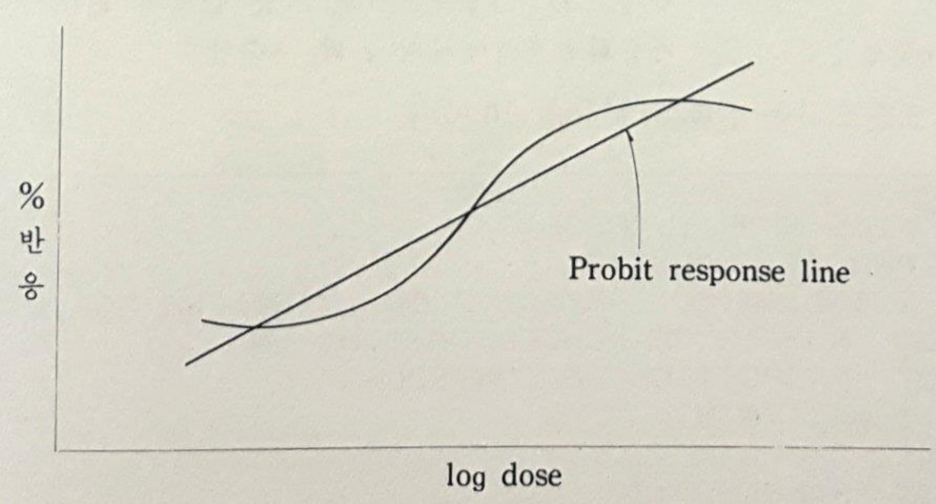
이 그림에서 보는 바와 같이 log dose 에 대한 반응률은 정규분포의 한쪽편과 같은 분포를 보여 x_0 까지의 확률은 다음과 같다.

$$P=\int_{-\infty}^{x_0}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-((x-\mu)^2/2\sigma^2)}dx \cdots\cdots(1)$$

이 곡선을 직선으로 바꾸는 것은 각 P 에 해당되는 x_0 값을 찾아 계산하게 되는데, P 에 대한 Probit Y 는 다음 식으로 주어진다.

$$P=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{Y-5}e^{-\frac{1}{2}u^2}du \cdots\cdots(2)$$

Probit 와 % Response 와의 관계를 그림으로 나타내 보면 다음과 같다.



우선 각 농도를 log 로 바꾸고 각 농도에 대한 반응률 P' 를 무처리구의 반응률 C 로 수정하여 계산한다.

$$P=\frac{P'-C}{1-C} \cdots\cdots(3)$$

각 수정 반응률 P 에 대한 Probit 는 표에서 찾지만 (2)식에 의하여 정규분포로부터 근사적으로 계산하여 이용한다. log dose 와 앞에서 얻어진 Probit 에 의하여 직선회귀계수

를 추정하며, 이에 의하여 기대 Probit Y를 구하여 다음 식으로 정규곡선의 Z값을 구한다.

$$Z=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}(Y-5)^2}$$

기대 Probit Y에 해당되는 살충률 P는 $-\infty$로부터 $(Y-5)$까지의 정규곡선 하의 면적으로 계산한다. 이항분포의 분산은 P에 따라 달라지므로 분산을 동일하게 하기 위하여 분산의 역수(逆數)를 가중치로 하여 가중회귀계수(加重回歸係數)를 추정하며, 가중치계수는 다음과 같다.

$$w=Z^2/Q\left(P+\frac{C}{1-C}\right) \cdots\cdots (4)$$

$$Q=1-P$$

식에서, C : 무처리구의 반응률

이 가중치계수 w에 n을 곱한 nw를 가중치로 하며, 기대 Probit는 다음과 같이 수정한다.

$$Y(I)=Y(I)+\{P(I)-P_1\}/Z \cdots\cdots (5)$$

식에서, $P(I)$: 수정 반응률, P_1 : 기대 Probit Y에 해당되는 반응률

가중치에 의하여 다시 추정된 가중회귀계수는 앞에서 추정된 회귀계수와의 차이가 허용오차보다 클 경우에는 다시 기대 Probit Y를 계산하여 가중회귀분석(加重回歸分析)을 하며, 이러한 과정을 되풀이하여 $Y=a+bX$의 a와 b를 얻는다.

LD_{50}은 $E=(5-a)/b$에서 얻어진 log scale이므로 이것을 $LD_{50}=10^E$로 하여 실측치로 환산한다. log LD_{50}의 분산은 다음과 같다.

$$V=\{1/S_1+(a-S_2/S_1)^2/S_5\}/b^2$$

식에서, S_1 : 가중치의 합계, S_2 : 가중치에 log P를 곱하여 합한 수치(따라서 S_2/S_1은 가중평균임), S_5 : 가중회귀분석에서의 x의 자승합

LD_{50}의 표준오차는 $LD_{50}\sqrt{V}\log_e 10$이다.

```
10  REM FILE NAME : "PROBIT"
20  REM PROBIT ANALYSIS
30  DIM X(50),AN(50),AR(50),P(50),Y(50),WN(50),Q(50)
40  INPUT "NUMBER OF CONCENTRATION?";N
50  INPUT "PROPORTION OF CONTROL=?";C
60  FOR I = 1 TO N
70  PRINT
80  PRINT "SAMPLE ";I
90  INPUT "CONCENTRATION =?";Q(I)
100  INPUT "NO OF ORG. USED=?";AN(I)
110  INPUT "NO OF ORG. RESPONDING=?";AR(I)
120  NEXT I
130  FOR I = 1 TO N
140 X(I) =  LOG (Q(I)) / 2.3025850
150 P(I) = (AR(I) / AN(I) - C) / (1 - C)
160  IF P(I) <  = 0 GOTO 270
170  IF P(I) = 1 GOTO 290
```

```
180 PP = P(I)
190  IF P(I) > 0.5 THEN PP = 1 - PP
200 W2 =  LOG (1 / PP / PP)
210 W =  SQR (W2)
220 WW = 1+1.432788 * W+0.189269 * W2+0.001308 * W * W2
230 A = W - (2.515517 + 0.802853 * W + 0.010328 * W2) / WW
240  IF P(I) <  = 0.5 THEN A =  - A
250 Y(I) = 5 + A
260  GOTO 300
270 Y(I) =  - 1.0E25
280  GOTO 300
290 Y(I) = 1.0E25
300  NEXT I
310 S1 = 0
320 S2 = 0
330 S3 = 0
340 S4 = 0
350 DE = N
360  FOR I = 1 TO N
370  IF Y(I) >  - 1.0E25 AND Y(I) < 1.0E25 GOTO 400
380 DE = DE - 1
390  GOTO 440
400 S1 = S1 + X(I)
410 S2 = S2 + Y(I)
420 S3 = S3 + X(I) * X(I)
430 S4 = S4 + X(I) * Y(I)
440  NEXT I
450 S3 = S3 - S1 * S1 / DE
460 S4 = S4 - S1 * S2 / DE
470 B1 = S4 / S3
480 BO = S2 / DE - B1 * S1 / DE
490 NC = 0
500  FOR I = 1 TO N
510 Y(I) = B1 * X(I) + BO
520 Z = 0.3989423 *  EXP ( - 0.5 * (Y(I) - 5) ^ 2)
530  IF Z = 0 THEN Z = 0.0001
540 P1 = Y(I) - 5
550 PQ = P1
560 FX =  EXP ( - PQ * PQ / 2) * 0.3989423
570 W = 1 / (1 +  ABS (P1) * 0.2316419)
580 WW = (((1.330274*W-1.821256)*W+1.781478)*W-0.3565638)
590 P1 = 1 - FX * W * (WW * W + .319382)
600  IF PQ < 0 THEN P1 = 1 - P1
610 WN(I) = AN(I) * Z * Z / (1 - P1) / (P1 + C / (1 - C))
620 Y(I) = Y(I) + (P(I) - P1) / Z
630  NEXT I
640 S1 = 0
650 S2 = 0
660 S3 = 0
670 S4 = 0
680 S5 = 0
690 S6 = 0
700  FOR I = 1 TO N
710 S1 = S1 + WN(I)
720 S2 = S2 + WN(I) * X(I)
730 S3 = S3 + WN(I) * Y(I)
740 S4 = S4 + WN(I) * X(I) * Y(I)
750 S5 = S5 + WN(I) * X(I) * X(I)
```

```
760 S6 = S6 + WN(I) * Y(I) * Y(I)
770  NEXT I
780 S5 = S5 - S2 * S2 / S1
790 S4 = S4 - S2 * S3 / S1
800 S6 = S6 - S3 * S3 / S1
810 BW = S4 / S5
820 AW = S3 / S1 - BW * S2 / S1
830 NC = NC + 1
840  IF  ABS ((BW - B1) / BW) < 0.005 GOTO 890
850  IF NC = 10 GOTO 1110
860 B1 = BW
870 BO = AW
880  GOTO 500
890 CH = S6 - S4 * S4 / S5
900 DF = N - 2
910 VB = 1 / S5
920 AM = (5 - AW) / BW
930 VM = (1 / S1 + (AM - S2 / S1) ^ 2 / S5) / (BW * BW)
940 ED = 10 ^ AM
950  PR# 1
960  PRINT
970  PRINT
980  PRINT
990  PRINT
1000  PRINT "INPUT DATA"
1010  PRINT
1020  PRINT "CONCENTRATION"; TAB( 16);"NO.INSECT";
1030  PRINT  TAB( 28);"NO.AFFECTED"; TAB( 43);"PROPORTION"
1040  FOR I = 1 TO N
1050  PRINT  TAB( 3);Q(I); TAB( 18);AN(I); TAB( 33);AR(I);
       TAB( 45);P(I)
1060  NEXT I
1070  PRINT
1080  PRINT "PROPORTION OF CONTROL = ";C
1090  PRINT
1100  PRINT "SLOPE = ";BW
1110  PRINT "INTERCEPT = ";AW
1120  PRINT
1130  PRINT "VARIANCE OF SLOPE = ";VB
1140  PRINT "CHI SQUARE = ";CH
1150  PRINT "DEGREE OF FREEDOM = ";DF
1160  PRINT
1170  PRINT "LOG ED50 = ";AM
1180  PRINT "S. E. OF LOG ED50 = "; SQR (VM)
1190  PRINT
1200  PRINT "ED50 = ";ED
1210  PRINT "S. E. OF ED50 = ";ED *  SQR (VM) *  LOG (10)
1220 AM = (6.6449 - AW) / BW
1230 VM = (1 / S1 + (AM - S2 / S1) ^ 2 / S5) / (BW * BW)
1240  PRINT
1250  PRINT "LOG ED95 =";AM
1260  PRINT "S. E. OF LOG ED95 = "; SQR (VM)
1270 ED = 10 ^ AM
1280  PRINT
1290  PRINT "ED95 = ";ED
1300  PRINT "S. E. OF ED95 = ";ED *  SQR (VM) *  LOG (10)
1310  PR# 0
1320  GOTO 40
```

```
1330  PRINT VM
1340  END
```

```
CONCENTRATION  NO.INSECT   NO.AFFECTED    PROPORTION
  2.6            50           6             .12
  3.8            48          16             .333333333
  5.1            46          24             .52173913
  7.7            49          42             .857142857
 10.2            50          44             .88
PROPORTION OF CONTROL = 0
SLOPE = 4.21319583
INTERCEPT = 2.11253693
VARIANCE OF SLOPE = .230953367
CHI SQUARE = 1.72902758
DEGREE OF FREEDOM = 3
LOG ED50 = .685337969
S. E. OF LOG ED50 = .0220687106
ED50 = 4.84549298
S. E. OF ED50 = .246224133
LOG ED95 =1.07575419
S. E. OF LOG ED95 = .0476861325
ED95 = 11.9056796
S. E. OF ED95 = 1.30726003
```

3·8 중회귀분석

두 개 이상의 독립변량 X_1, X_2, ………, X_P에 대한 종속변량 Y의 관계식은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
Y_j &= \beta_0 + \beta_1 X_{1j} + \beta_2 X_{2j} + \cdots\cdots + \beta_P X_{pj} + \epsilon_j \\
&= \beta_0 + \sum \beta_i X_{ij} + \epsilon_j
\end{aligned}
$$

윗식을 행렬 Y, X, b, e로 나타내면 다음과 같다.

$$
\underset{Y}{\begin{pmatrix} Y_2 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix}} = \underset{X}{\begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots\cdots & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdots\cdots & X_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots\cdots & X_{pn} \end{pmatrix}} \underset{b}{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix}} + \underset{e}{\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{pmatrix}}
$$

$$Y = Xb + e$$

최소자승법에 의하여 $\sum e_i^2 = e'e$가 최소가 될 때의 회귀계수행렬 b의 추정은 다음과 같은 정규방정식에 의한다.

$$
\begin{aligned}
e'e &= (Y - Xb)'(Y - Xb) \\
&= Y'Y - b'X'Y - Y'Xb + b'X'Xb \\
&= Y'Y - 2b'X'Y + b'X'Xb
\end{aligned}
$$

$$\frac{\partial e'e}{\partial b} = -2X'Y + 2X'Xb$$

$$(X'X)b = X'Y \text{(정규방정식)}$$

$$X'X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \cdots\cdots & X_{1n} \\ X_{12} & X_{22} & \cdots\cdots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{p1} & X_{p2} & \cdots\cdots & X_{pn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots\cdots & X_{p1} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots\cdots & X_{p2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & \cdots\cdots & X_{pn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & \Sigma X_1 & \cdots\cdots & \Sigma X_p \\ \Sigma X_1 & \Sigma X_1^2 & \cdots\cdots & \Sigma X_1 X_p \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Sigma X_p & \Sigma X_1 X_p & \cdots\cdots & \Sigma X_p^2 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix}$$

$$X'Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots\cdots\cdots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & \cdots\cdots\cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots\cdots\cdots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{p1} & X_{p2} & \cdots\cdots\cdots & X_{pn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma Y \\ \Sigma X_1 Y \\ \vdots \\ \Sigma X_p Y \end{pmatrix}$$

정규방정식 $(X'X)b = X'Y$ 는

$$\begin{pmatrix} n & \Sigma X_1 & \cdots\cdots\cdots & \Sigma X_p \\ \Sigma X_1 & \Sigma X_1^2 & \cdots\cdots\cdots & \Sigma X_{1p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Sigma X_{p1} & \Sigma X_{p2} & \cdots\cdots\cdots & \Sigma X_p^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma Y \\ \Sigma X_1 Y \\ \vdots \\ \Sigma X_p Y \end{pmatrix}$$

즉,

$$\begin{aligned} b_0 n &+ b_1\Sigma X_1 + b_2\Sigma X_2 + \cdots\cdots\cdots + b_p\Sigma X_p = \Sigma Y \\ b_0\Sigma X_1 &+ b_1\Sigma X_1^2 + b_2\Sigma X_1X_2 + \cdots\cdots\cdots + b_p\Sigma X_1X_p = \Sigma X_1 Y \\ &\vdots \\ b_0\Sigma X_p &+ b_1\Sigma X_pX_1 + b_2\Sigma X_pX_2 + \cdots\cdots\cdots + b_p\Sigma X_p^2 = \Sigma X_p Y \end{aligned}$$

정규방정식 $(X'X)b = X'Y$ 의 양변을 $X'X$ 의 역행렬(逆行列) $(X'X)^{-1}$로 곱하면 다음과 같다.

$$(X'X)^{-1}(X'X)b = (X'X)^{-1}X'Y$$

$$b = (X'X)^{-1}X'Y$$

p 개의 독립변량과 n 개의 표본수에서의 중회귀분석의 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	$n-1$	SST		
회 귀	p	SSR	MSR	MSR/MSE
잔 차	$n-p-1$	SSE	MSE	

$$SST = \Sigma Y_i^2 - (\Sigma Y_i)^2/n$$

$$SSR = \Sigma b_i(\Sigma x_i y) = \Sigma b_i\{\Sigma(X_i - \bar{X}_i)(Y - \bar{Y})\}$$

$$SSE = SST - SSR$$

중상관계수의 자승은 $R^2 = SSR/SST$ 로 계산하며, 이것을 결정계수(決定係數)라고 한다.

$$c=(X'X)^{-1}$$

라고 표시하면 $Var(b_i)=c_{ii}\sigma^2$ 으로 되어 각 회귀계수의 표준오차는 $\sqrt{c_{ii}MSE}$ 로 추정된다.

```
10  REM FILE NAME : MULTIREG
20  REM MULTIPLE LINEAR REGRESSION
30  DIM X(100,20),Y(100,20),XS(20,40),TX(20),TY(20)
40  DIM XY(20,20),YS(20),B(20),SE(20)
50  INPUT "NUMBER OF INDEPENDENT VARIABLE?";N
60  INPUT "NUMBER OF DEPENDENT VARIABLE?";M
70  INPUT "NUMBER OF SAMPLE?";L
80  FOR I = 1 TO L
90  FOR J = 1 TO N
100  PRINT "SAMPLE ";I;"  X ";J;
110  INPUT X(I,J)
120  NEXT J
130  FOR J = 1 TO M
140  PRINT "SAMPLE ";I;"  Y ";J;
150  INPUT Y(I,J)
160  NEXT J
170  NEXT I
180  FOR I = 1 TO N
190 TX(I) = 0
200  FOR J = 1 TO 2 * N
210 XS(I,J) = 0
220  NEXT J
230  NEXT I
240  FOR K = 1 TO M
250 TY(K) = 0
260 YS(K) = 0
270  FOR J = 1 TO N
280 XY(J,K) = 0
290  NEXT J
300  NEXT K
310  FOR I = 1 TO L
320  FOR J = 1 TO N
330 TX(J) = TX(J) + X(I,J)
340  FOR K = 1 TO N
350 XS(J,K) = XS(J,K) + X(I,J) * X(I,K)
360  NEXT K
370  NEXT J
380  FOR K = 1 TO M
390 TY(K) = TY(K) + Y(I,K)
400 YS(K) = YS(K) + Y(I,K) * Y(I,K)
410  FOR J = 1 TO N
420 XY(J,K) = XY(J,K) + X(I,J) * Y(I,K)
430  NEXT J
440  NEXT K
450  NEXT I
460  FOR I = 1 TO N
470  FOR J = 1 TO N
480 XS(I,J) = XS(I,J) - TX(I) * TX(J) / L
490  NEXT J
500  NEXT I
510  FOR K = 1 TO M
520 YS(K) = YS(K) - TY(K) * TY(K) / L
530  FOR J = 1 TO N
```

```
540 XY(J,K) = XY(J,K) - TX(J) * TY(K) / L
550  NEXT J
560  NEXT K
570  FOR I = 1 TO N
580 XS(I,N + I) = 1
590  NEXT I
600  FOR I = 1 TO N
610 S = XS(I,I)
620  FOR J = I TO N * 2
630 XS(I,J) = XS(I,J) / S
640  NEXT J
650  FOR K = 1 TO N
660  IF I = K GOTO 710
670 S = XS(K,I)
680  FOR J = I TO N * 2
690 XS(K,J) = XS(K,J) - XS(I,J) * S
700  NEXT J
710  NEXT K
720  NEXT I
730  PR# 1
740  PRINT
750  PRINT
760  PRINT
770  PRINT "    MULTIPLE LINEAR REGRESSION"
780  PRINT
790  PRINT "NUMBER OF INDEPENDENT VARIABLE = ";N
800  PRINT "NUMBER OF DEPENDENT VARIABLE = ";M
810  PRINT
820  PRINT "    INPUT DATA"
830  PRINT
840  PRINT "SAMPLE / ALL X AND ALL Y"
850  FOR I = 1 TO L
860  PRINT I;
870  FOR J = 1 TO N
880  PRINT "   ";X(I,J);
890  NEXT J
900  FOR K = 1 TO M
910  PRINT "   ";Y(I,K);
920  NEXT K
930  PRINT
940  NEXT I
950  PRINT
960  PRINT "TOTAL";
970  FOR J = 1 TO N
980  PRINT "   ";TX(J);
990  NEXT J
1000  FOR K = 1 TO M
1010  PRINT "   ";TY(K);
1020  NEXT K
1030  PRINT
1040  PRINT
1050  PRINT "    INVERSE MATRIX"
1060  PRINT
1070  FOR I = 1 TO N
1080  FOR J = N + 1 TO N * 2
1090  PRINT "   ";XS(I,J);
1100  NEXT J
1110  PRINT
```

```
1120  NEXT I
1130  FOR I = 1 TO M
1140  FOR J = 1 TO N
1150 B(J) = 0
1160  FOR K = N + 1 TO N * 2
1170 KK = K - N
1180 B(J) = B(J) + XS(J,K) * XY(KK,I)
1190  NEXT K
1200  NEXT J
1210 B(0) = TY(I) / L
1220  FOR J = 1 TO N
1230 B(0) = B(0) - B(J) * TX(J) / L
1240  NEXT J
1250 RS = 0
1260  FOR J = 1 TO N
1270 RS = RS + B(J) * XY(J,I)
1280  NEXT J
1290 SR = YS(I) - RS
1300 M3 = SR / (L - N - 1)
1310  FOR J = 1 TO N
1320 SE(J) =  SQR (M3 * XS(J,J + N))
1330  NEXT J
1340  PRINT
1350  PRINT
1360  PRINT "Y ";I
1370  PRINT
1380  PRINT "    REGRESSION COEFFICIENT"
1390  PRINT
1400  PRINT "B 0 = ";B(0)
1410  FOR J = 1 TO N
1420  PRINT "B ";J;" = ";B(J); TAB( 23);"S.E. = ";SE(J)
1430  NEXT J
1440  PRINT
1450  PRINT "    ANALYSIS OF VARIANCE"
1460 LN = L - N - 1
1470  PRINT
1480  PRINT "SV";TAB( 12);"DF";TAB( 21);"SS";TAB( 36);"MS"
1490  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);L - 1; TAB( 19);YS(I)
1500  PRINT "REGRESSION";TAB(12);N;TAB( 19);RS;TAB( 34);RS/N
1510  PRINT "RESIDUAL";TAB( 12);LN;TAB( 19);SR;TAB( 34);M3
1520  PRINT
1530  PRINT "R SQUARE = ";RS / YS(I)
1540  NEXT I
1550  PR# 0
1560  GOTO 50
```

```
    MULTIPLE LINEAR REGRESSION

NUMBER OF INDEPENDENT VARIABLE = 2
NUMBER OF DEPENDENT VARIABLE = 2

    INPUT DATA

SAMPLE / ALL X AND ALL Y
1   60   18   960   960
2   220   0   830   830
```

```
3    180    14    1260    1260
4    80    6    610    610
5    120    1    590    590
6    100    9    900    900
7    170    6    820    820
8    110    12    880    880
9    160    7    860    860
10    230    2    760    760
11    70    17    1020    1020
12    120    15    1080    1080
13    240    7    960    960
14    160    0    700    700
15    90    12    800    800
16    110    16    1130    1130
17    220    2    760    760
18    110    6    740    740
19    160    12    980    980
20    80    15    800    800

TOTAL    2790    177    17440    17440

    INVERSE MATRIX

   2.65025004E-05   1.54400422E-04
   1.54400422E-04   2.37760589E-03

Y 1
    REGRESSION COEFFICIENT

B 0 = 285.457161
B 1 = 2.13840569       S.E. = .393553242
B 2 = 32.5689543       S.E. = 3.72760601

    ANALYSIS OF VARIANCE

  SV          DF        SS               MS
TOTAL         19       545520
REGRESSION    2        446169.728      223084.864
RESIDUAL      17       99350.2721      5844.13365

R SQUARE = .817879689

Y 2
    REGRESSION COEFFICIENT

B 0 = 285.457161
B 1 = 2.13840569       S.E. = .393553242
B 2 = 32.5689543       S.E. = 3.72760601

    ANALYSIS OF VARIANCE

  SV          DF        SS               MS
TOTAL         19       545520
REGRESSION    2        446169.728      223084.864
RESIDUAL      17       99350.2721      5844.13365

R SQUARE = .817879689
```

3·9 반응표면분석

반응표면분석(反應表面分析 ; response surface analysis)은 요인수·수준수·설계방법·적용모형 등에 따라 여러 가지 경우를 생각할 수 있겠으나 여기에서는 각 3수준을 가지는 2요인과 3요인의 3^2과 3^3의 요인서험(要因試驗)의 성적으로부터 다음의 모형에만 한정하였다.

3^2 요인시험 모형

$$Y=\beta_0+\beta_1 A+\beta_2 B+\beta_{11}A^2+\beta_{22}B^2+\beta_{12}AB$$

3^3 요인시험 모형

$$Y=\beta_0+\beta_1 A+\beta_2 B+\beta_3 C+\beta_{11}A^2+\beta_{22}B^2+\beta_{33}C^2+\beta_{12}AB+\beta_{13}AC+\beta_{23}BC$$

위의 각 모형에서 회귀계수는 일반적인 최소자승법에 의하여 추정한다.

$$b=(X'X)^{-1}X'Y$$

회귀계수의 추정 후 분산분석·각 회귀계수에 대한 유의성검정 등도 중회귀분석에서와 동일한 방법으로 검정된다.

추정회귀식에서 정상점(定常點 ; stationary point) x_0는

$$b=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12}/2 & \cdots\cdots\cdots & b_{1k}/2 \\ \\ b_{1k}/2 & b_{2k}/2 & \cdots\cdots\cdots & b_{kk} \end{pmatrix}$$

에서 $x_0=-B^{-1}b/2$에 의하여 계산된다.

또한, 이 정상점으로부터 요인별 수준변화에 따른 추정치 $\hat{Y}$의 양상을 알기 위하여 B 행렬의 고유치를 계산한다.

$$|B-\lambda I|=0$$

3^2의 경우

$$\begin{vmatrix} b_{11}-\lambda & b_{12}/2 \\ b_{12/2} & b_{22}-\lambda \end{vmatrix}=0$$

에서 2개의 고유치 λ_1과 λ_2를 얻는다. 이 두 λ_1과 λ_2가 모두 부(負)이면 정상점 x_0에서의 추정치 $\hat{Y}$는 최대치를 보이며, 이 점에서 멀어질수록 추정치는 적어지지만 λ_1과 λ_2가 모두 정(正)이면 최소추정치를 보이는 최소점이다.

또한, λ_1과 λ_2의 부호가 서로 다를 경우에는 안부점(鞍部點 ; saddle point)이 되어 이 점으로부터 한 요인은 증가하지만 다른 요인은 감소하는 모양을 나타내게 된다.

3^3인 경우에는

$$|B-\lambda I|=\begin{vmatrix} b_{11}-\lambda & b_{12}/2 & b_{13}/2 \\ b_{12}/2 & b_{22}-\lambda & b_{23}/2 \\ b_{13}/2 & b_{23}/2 & b_{33}-\lambda \end{vmatrix}=0$$

이므로 λ_1, λ_2, λ_3 의 3 가지 고유치를 얻게 되지만 본프로그램에서는 생략하였으므로 2·4 의 행렬의 고유치 계산 프로그램을 이용할 수 있을 것이다.

```
10  REM FILE NAME : RESPONCE
20  REM RESPONCE SURFACE FROM FACTORIAL
30  DIM A(3,3),X(27,9),Y(27),R(9),XY(9),E(27),S(9,18)
40  DIM SE(9),T(9),P(9,18),LD(3),ST(3)
50  HOME
60  PRINT
70  PRINT "  1. TWO FACTOR"
80  PRINT "  2. THREE FACTOR"
90  PRINT
100  PRINT "WHICH DO YOU WANT";
110  INPUT CU
120  IF CO = 1 OR CO = 2 GOTO 140
130  GOTO 70
140  ON CO GOTO 150,2160
150  PRINT
160 N = 9
170 L = 2
180 K = 5
190  GOSUB 620
200 M = 1
210  FOR I = 1 TO 3
220  FOR J = 1 TO 3
230 X(M,1) = A(1,I)
240 X(M,2) = A(2,J)
250 M = M + 1
260  NEXT J
270  NEXT I
280  FOR I = 1 TO N
290 X(I,3) = X(I,1) ^ 2
300 X(I,4) = X(I,1) * X(I,2)
310 X(I,5) = X(I,2) ^ 2
320  NEXT I
330  GOSUB 690
340  PRINT "INPUT DATA"
350 M = 1
360  FOR I = 1 TO 3
370  FOR J = 1 TO 3
380  PRINT "A "I"  B "J;
390  INPUT Y(M)
400 M = M + 1
410  NEXT J
420  NEXT I
430  GOSUB 1100
440 P(1,1) = R(3)
450 P(1,2) = R(5) / 2
460 P(2,1) = R(5) / 2
470 P(2,2) = R(4)
480 K = 2
490  GOSUB 1780
500 ST(1) =  - (P(1,3) * R(1) + P(1,4) * R(2)) / 2
```

```
510 ST(2) =  - (P(2,3) * R(1) + P(2,4) * R(2)) / 2
520 SY = R(0) + R(1) * ST(1)+R(2) * ST(2)+R(3) * ST(1)^2
530 SY = SY + R(4) * ST(2) ^ 2 + R(5) * ST(1) * ST(2)
540 Q =  - (R(3) + R(4))
550 W = R(3) * R(4) - R(5) ^ 2
560 LD(1) = ( - Q +  SQR (Q ^ 2 - 4 * W)) / 2
570 LD(2) = ( - Q -  SQR (Q ^ 2 - 4 * W)) / 2
580  GOSUB 1980
590 K = 5
600  PR# 0
610  GOTO 340
620  FOR I = 1 TO L
630  FOR J = 1 TO 3
640  PRINT "FACTOR "I"  LEVEL "J;
650  INPUT A(I,J)
660  NEXT J
670  NEXT I
680  RETURN
690  FOR I = 1 TO K
700 XT(I) = 0
710  FOR J = 1 TO K
720 S(I,J) = 0
730  NEXT J
740  NEXT I
750  FOR I = 1 TO K
760  FOR J = 1 TO N
770 XT(I) = XT(I) + X(J,I)
780  FOR KK = 1 TO K
790 S(I,KK) = S(I,KK) + X(J,I) * X(J,KK)
800  NEXT KK
810  NEXT J
820  NEXT I
830  FOR I = 1 TO K
840  FOR J = 1 TO K
850 S(I,J) = S(I,J) - XT(I) * XT(J) / N
860  NEXT J
870  NEXT I
880  FOR I = 1 TO K
890  FOR J = 1 TO K
900 P(I,J) = S(I,J)
910  NEXT J
920  NEXT I
930  GOSUB 1780
940  FOR I = 1 TO K
950  FOR J = K + 1 TO K * 2
960 JJ = J - K
970 S(I,J) = P(I,J)
980  NEXT J
990  NEXT I
1000  PR# 1
1010  PRINT
1020  PRINT
1030  PRINT  TAB( 5)"LEVEL OF EACH FACTOR"
1040  FOR I = 1 TO L
1050  PRINT "FACTOR "I TAB( 12)A(I,1) TAB( 17)A(I,2);
1060  PRINT  TAB( 22)A(I,3)
1070  NEXT I
1080  PR# 0
```

```
1090  RETURN
1100 YT = 0
1110 YS = 0
1120  FOR I = 1 TO N
1130 YT = YT + Y(I)
1140 YS = YS + Y(I) ^ 2
1150  NEXT I
1160 YS = YS - YT ^ 2 / N
1170  FOR I = 1 TO K
1180 XY(I) = 0
1190  FOR J = 1 TO N
1200 XY(I) = XY(I) + X(J,I) * Y(J)
1210  NEXT J
1220 XY(I) = XY(I) - XT(I) * YT / N
1230  NEXT I
1240 RS = 0
1250 R(0) = YT / N
1260  FOR I = 1 TO K
1270 R(I) = 0
1280  FOR J = K + 1 TO K * 2
1290 R(I) = R(I) + S(I,J) * XY(J - K)
1300  NEXT J
1310 R(0) = R(0) - R(I) * XT(I) / N
1320 RS = RS + R(I) * XY(I)
1330  NEXT I
1340 ES = YS - RS
1350 D3 = N - K - 1
1360 EM = ES / D3
1370 E(I) = R(0)
1380  FOR I = 1 TO N
1390  FOR J = 1 TO K
1400 E(I) = E(I) + R(J) * X(I,J)
1410  NEXT J
1420  NEXT I
1430  FOR I = 1 TO K
1440 SE(I) =  SQR (S(I,I) * EM)
1450 T(I) = R(I) / SE(I)
1460  NEXT I
1470  PR# 1
1480  PRINT  TAB( 5)"REGRESSION COEFFICIENT"
1490  PRINT  TAB( 10)"B" TAB( 21)"S.E." TAB( 37)"T"
1500  PRINT "B(0 )    "R(0)
1510 M = 1
1520  FOR I = 1 TO L
1530  PRINT "B("I" )    "R(M) TAB( 22)SE(M) TAB( 35)T(M)
1540 M = M + 1
1550  NEXT I
1560  FOR I = 1 TO L
1570  FOR J = I TO L
1580  PRINT "B("I;J")    "R(M) TAB( 22)SE(M) TAB( 35)T(M)
1590 M = M + 1
1600  NEXT J
1610  NEXT I
1620  PRINT
1630  PRINT  TAB( 5)"ANALYSIS OF VARIANCE"
1640  PRINT "  SV" TAB( 12)"DF" TAB( 21)"SS" TAB( 36)"MS"
1650  PRINT "TOTAL" TAB( 12)N - 1 TAB( 19)YS
1660  PRINT "REGRESSION" TAB( 12)K TAB( 19)RS TAB( 34)RS / K
```

```
1670  PRINT "RESIDUAL" TAB( 12)D3 TAB( 19)ES TAB( 34)EM
1680  PRINT
1690  PRINT "R SQUARE = "RS / YS
1700  PRINT
1710  PRINT  TAB( 5)"OBSERVED AND EXPECTED VALUE"
1720  PRINT  TAB( 6)"OBSERVED" TAB( 21)"EXPECTED";
1730  PRINT  TAB( 36)"RESIDUAL"
1740  FOR I = 1 TO N
1750  PRINT I TAB( 6)Y(I) TAB( 21)E(I) TAB( 36)Y(I) - E(I)
1760  NEXT I
1770  RETURN
1780  FOR I = 1 TO K
1790  FOR KK = K + 1 TO K * 2
1800 P(I,KK) = 0
1810  NEXT KK
1820 P(I,I + K) = 1
1830  NEXT I
1840  FOR I = 1 TO K
1850 SS = P(I,I)
1860  FOR J = I TO K * 2
1870 P(I,J) = P(I,J) / SS
1880  NEXT J
1890  FOR KK = 1 TO K
1900  IF KK = I GOTO 1950
1910 SS = P(KK,I)
1920  FOR J = I TO K * 2
1930 P(KK,J) = P(KK,J) - P(I,J) * SS
1940  NEXT J
1950  NEXT KK
1960  NEXT I
1970  RETURN
1980  PRINT
1990  PRINT  TAB( 5)"STATIONARY POINT"
2000  FOR I = 1 TO K
2010  PRINT "X "I" = "ST(I)
2020  NEXT I
2030  PRINT
2040  PRINT  TAB( 5)"ESTIMATED RESPONCE AT STATIONARY POINT"
2050  PRINT SY
2060  PRINT
2070  IF CO = 2 GOTO 2130
2080  PRINT  TAB( 5)"LAMDA"
2090  FOR I = 1 TO K
2100  PRINT "LAMDA "I" = "LD(I)
2110  NEXT I
2120  GOTO 2150
2130  PRINT "LAMDA CAN BE ESTIMATED";
2140  PRINT " BY USING LATENT ROOT PROGRAM"
2150  RETURN
2160  PRINT
2170 N = 27
2180 L = 3
2190 K = 9
2200  GOSUB 620
2210 M = 1
2220  FOR I = 1 TO 3
2230  FOR J = 1 TO 3
2240  FOR JJ = 1 TO 3
```

```
2250 X(M,1) = A(1,I)
2260 X(M,2) = A(2,J)
2270 X(M,3) = A(3,JJ)
2280 M = M + 1
2290  NEXT JJ
2300  NEXT J
2310  NEXT I
2320  FOR I = 1 TO N
2330 X(I,4) = X(I,1) ^ 2
2340 X(I,5) = X(I,2) ^ 2
2350 X(I,6) = X(I,3) ^ 2
2360 X(I,7) = X(I,1) * X(I,2)
2370 X(I,8) = X(I,1) * X(I,3)
2380 X(I,9) = X(I,2) * X(I,3)
2390  NEXT I
2400  GOSUB 690
2410  PRINT "INPUT DATA"
2420 M = 1
2430  FOR I = 1 TO 3
2440  FOR J = 1 TO 3
2450  FOR JJ = 1 TO 3
2460  PRINT "A "I"  B "J"  C "JJ;
2470  INPUT Y(M)
2480 M = M + 1
2490  NEXT JJ
2500  NEXT J
2510  NEXT I
2520  GOSUB 1100
2530 P(1,1) = R(4)
2540 P(1,2) = R(7) / 2
2550 P(1,3) = R(8) / 2
2560 P(2,1) = R(7) / 2
2570 P(2,2) = R(5)
2580 P(2,3) = R(9) / 2
2590 P(3,1) = R(8) / 2
2600 P(3,2) = R(9) / 2
2610 P(3,3) = R(6)
2620 K = 3
2630  GOSUB 1780
2640  FOR I = 1 TO K
2650 ST(I) = 0
2660  FOR J = K + 1 TO K * 2
2670 ST(I) = ST(I) + P(I,J) * R(J - K)
2680  NEXT J
2690 ST(I) =  - ST(I) / 2
2700  NEXT I
2710 SY = R(0) + R(1) * ST(1) + R(2) * ST(2) + R(3) * ST(3)
2720 SY = SY + R(4) * ST(1) ^ 2 + R(5) * ST(2) ^ 2
2730 SY = SY + R(6) * ST(3) ^ 2 + R(7) * ST(1) * ST(2)
2740 SY = ST + R(8) * ST(1) * ST(3) + R(9) * ST(2) * ST(3)
2750  GOSUB 1980
2760 K = 9
2770  PR# 0
2780  GOTO 2410
```

```
    LEVEL OF EACH FACTOR
FACTOR 1    0    4    8
FACTOR 2    0    3    6
    REGRESSION COEFFICIENT
         B            S.E.            T
B(0 )   13.9166667
B(1 )   -4.81249999  53.3916353   -.0901358417
B(2 )   2.30555552   40.0437265   .0575759482
B(11)   .75          444.574208   1.68700745E-03
B(12)   .270833333   261.564526   1.03543602E-03
B(22)   .05555556    250.072992   2.22157377E-04

    ANALYSIS OF VARIANCE
  SV        DF        SS               MS
TOTAL       8       1552
REGRESSION  5       1462.91667      292.583334
RESIDUAL    3       89.0833349      29.694445

R SQUARE = .942600944

    OBSERVED AND EXPECTED VALUE
     OBSERVED          EXPECTED        RESIDUAL
1     10               0               10
2     25               7.4166666       17.5833334
3     30               15.8333333      14.1666667
4     11               -7.24999995     18.2499999
5     17               3.41666665      13.5833333
6     25               29              -3.99999999
7     23               9.50000011      13.4999999
8     34               23.4166667      10.5833333
9     56               38.3333334      17.6666666

    STATIONARY POINT
X 1 = 3.37881316
X 2 = -4.60295517

    ESTIMATED RESPONCE AT STATIONARY POINT
.480213165

    LAMDA
LAMDA 1 = .756356891
LAMDA 2 = .264476442
```

4. 실험계획법분석

4·1 Student의 t 검정

1. 모평균에 대한 검정

정규분포하는 모집단에서 임의 추출된 표본의 평균치가 주어진 모평균(母平均) μ와 차이가 있는가를 검정하기 위한 것으로서 다음과 같은 식으로 계산된 t 값을 t 분포표(부표 4 참조)의 수치와 비교하여 검정한다.

$$t=\frac{\bar{X}-\mu}{S_{\bar{x}}}$$

식에서, $\bar{X}$: 표본평균, μ : 모평균, $S_{\bar{x}}$: 표준오차($\sqrt{S^2/n}$)

2. 독립적인 두 표본평균간 비교(모분산이 같은 경우)

정규분포하는 모집단에서 각각 독립적으로 임의 추출된 두 표본평균간 차이를 검정하는 것으로서 두 모집단의 분산이 같은 경우이다. 표본치에 의하여 공통분산(共通分散) S^2은 다음과 같이 추정한다.

$$S^2=\frac{SS_1+SS_2}{n_1+n_2-2}$$

식에서, SS_1 : 표본 1의 평방합, SS_2 : 표본 2의 평방합, n_1 : 표본 1의 관찰치수, n_2 : 표본 2의 관찰치수, $df=n_1+n_2-2$

또한, t 값은 다음과 같이 추정한다.

$$t=\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{S^2(1/n_1+1/n_2)}}$$

식에서, $\bar{X}_1$: 표본 1의 평균치, $\bar{X}_2$: 표본 2의 평균치, S^2 : 공통분산

3. 독립적인 두 표본평균간 비교(모분산이 다른 경우)

앞의 2의 경우에서 두 모분산이 동일하지 않을 경우 근사 t 치를 계산한다. 이때 공통분산을 계산할 수 없으므로 두 표본분산 S_1^2과 S_2^2을 그대로 적용한다.

$$t'=\frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{S_1^2/n_1+S_2^2/n_2}}$$

$$df'=\frac{(S_1^2/n_1+S_2/n_2)^2}{(S_1^2/n_1)^2/df_1+(S_2^2/n_2)^2/df_2}$$

```
10  REM  FILE NAME : T-TEST
20  REM STUDENT'S T-TEST
30  DIM X(2,100),M(2),SS(2),R(2),T(2),V(2)
40  HOME
50  PRINT "TEST 1 : MEAN=X"
60  PRINT "TEST 2 : MEAN=MEAN,VAR IANCE=VARIANCE"
70  PRINT "TEST 3 : MEAN=MEAN,VAR IANCE<>VARIANCE"
80  PRINT "WHICH HYPOTHESIS";
90  INPUT C
100  IF C = 1 OR C = 2 OR C = 3 GOTO 120
110  GOTO 50
120  FOR I = 1 TO 2
130 T(I) = 0
140 SS(I) = 0
150  NEXT I
160  FOR I = 1 TO  SGN (C - 1) + 1
170  PRINT "NUMBER OF OBSERVATION OF SAMPLE "I;
180  INPUT R(I)
190 N = R(I)
200  FOR J = 1 TO N
210  PRINT "SAMPLE "I" OBSERVATIO N "J;
220  INPUT X(I,J)
230 T(I) = T(I) + X(I,J)
240 SS(I) = SS(I) + X(I,J) ^ 2
250  NEXT J
260 M(I) = T(I) / R(I)
270 SS(I) = SS(I) - T(I) ^ 2 / R(I)
280 V(I) = SS(I) / (R(I) - 1)
290  NEXT I
300  IF C = 2 GOTO 370
310  IF C = 3 GOTO 400
320  PRINT
330  INPUT "VALUE OF POPULATION M EAN?";AV
340 A = (M(1) - AV) *  SQR (R(1) / V(1))
350 B = R(1) - 1
360  GOTO 420
370 B = R(1) + R(2) - 2
380 A = (M(1) - M(2)) /  SQR ((SS (1) + SS(2)) / B * (1 / R(1)
     + 1 / R(2)))
390  GOTO 420
400 A = (M(1) - M(2)) /  SQR (V(1) / R(1) + V(2) / R(2))
410 B = (V(1) / R(1) + V(2) / R(2)) ^ 2 / ((V(1) / R(1))^2 /
     (R(1) - 1) + (V(2) / R(2)) ^  2 / (R(2) - 1))
415 B =  INT (B + 0.5)
420  PR# 1
430  PRINT
440  PRINT
450  PRINT
460  PRINT  TAB( 10)"STUDENT'S T TEST"
470  PRINT
480  PRINT  TAB( 5)"INPUT DATA"
490  FOR I = 1 TO  SGN (C - 1) + 1
495  PRINT
500  PRINT "SAMPLE "I
510  PRINT "NUMBER OF OBSERVATION  = "R(I)
520  FOR J = 1 TO R(I)
530  PRINT "    ";X(I,J);
540  NEXT J
```

```
550  PRINT
560  PRINT
570  PRINT "SAMPLE MEAN = "M(I)
580  PRINT "SAMPLE VARIANCE = "V(I)
590  NEXT I
600  PRINT
610  IF C = 2 OR C = 3 GOTO 630
620  PRINT "POPULATION MEAN = "AV
630  PRINT "T-VALUE = " ABS (A)
640  PRINT "DEGREE OF FREEDOM = " B
650  PR# 0
660  GOTO 40
```

```
        STUDENT'S T-TEST
    INPUT DATA

SAMPLE 1
NUMBER OF OBSERVATION = 10
   12   10   13   23   25   17   19   20   30   38

SAMPLE MEAN = 20.7
SAMPLE VARIANCE = 75.1222221

POPULATION MEAN = 19
T-VALUE = .620247053
DEGREE OF FREEDOM = 9


        STUDENT'S T TEST
    INPUT DATA

SAMPLE 1
NUMBER OF OBSERVATION = 5
   23   25   18   40   21

SAMPLE MEAN = 25.4
SAMPLE VARIANCE = 73.3

SAMPLE 2
NUMBER OF OBSERVATION = 5
   12   23   49   53   23

SAMPLE MEAN = 32
SAMPLE VARIANCE = 323.000001

T-VALUE = .741339091
DEGREE OF FREEDOM = 8


        STUDENT'S T TEST
    INPUT DATA

SAMPLE 1
NUMBER OF OBSERVATION = 5
   23   21   45   43   35
```

```
SAMPLE MEAN = 33.4
SAMPLE VARIANCE = 122.8

SAMPLE 2
NUMBER OF OBSERVATION = 5
   21    32    34    54    36

SAMPLE MEAN = 35.4
SAMPLE VARIANCE = 141.800001

T-VALUE = .274928699
DEGREE OF FREEDOM = 8
```

4·2 완전임의배치법

완전임의배치법(完全任意配置法)의 통계적 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ij}=\mu+\tau_i+\epsilon_{ij}$$

식에서, μ : 전체 모평균, τ_i : i 번째 처리효과, ϵ_{ij} : 임의변량 $\sim N(0,\ \sigma^2)$

a 개 처리가 각각 n_i개의 반복치를 가질 경우 처리간 차이 검정을 위한 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	Σn_i-1	SST		
처 리	$a-1$	$SSTR$	$MSTR$	$MSTR/MSE$
잔 차	$\Sigma(n_i-1)$	SSE	MSE	

$$CF=Y^2_{\cdot\cdot}/n.$$

$$SST=\Sigma\Sigma Y^2_{ij}-CF$$

$$SSTR=\Sigma\frac{Y^2_{i\cdot}}{n_i}-CF$$

$$SSE=SST-SSTR$$

계산된 F 치는 F 분포표(부표 3)의 수치와 비교하여 유의성을 검정한다.

$\overline{Y}_{i\cdot}$ 의 표준오차 $=\sqrt{MSE/n_i}$

$\overline{Y}_{i\cdot}$ 와 $Y_{j\cdot}$ 간 차의 표준오차 $=\sqrt{MSE(1/n_i+1/n_j)}$

```
10   REM FILE NAME : CR
20   REM COMPLETELY RANDOMIZED DESIGN
30   DIM X(30,40),A(30),N(30),T(30)
40   INPUT "NO OF GROUP?";M
50   FOR I = 1 TO M
60   PRINT "NUMBER OF OBSERVATION OF GROUP ";I;
70   INPUT N(I)
80   NEXT I
90   FOR I = 1 TO M
```

```
100 NN = N(I)
110  FOR J = 1 TO NN
120  PRINT "GROP ";I;"  OBSERVATION ";J;
130  INPUT X(I,J)
140  NEXT J
150  NEXT I
160 TN = 0
170 S1 = 0
180 S2 = 0
190 GT = 0
200  FOR I = 1 TO M
210 T(I) = 0
220 NN = N(I)
230 TN = TN + NN
240  FOR J = 1 TO NN
250 T(I) = T(I) + X(I,J)
260 S1 = S1 + X(I,J) * X(I,J)
270 GT = GT + X(I,J)
280  NEXT J
290 A(I) = T(I) / NN
300 S2 = S2 + T(I) * T(I) / NN
310  NEXT I
320 CF = GT * GT / TN
330 S1 = S1 - CF
340 S2 = S2 - CF
350 S3 = S1 - S2
360 D1 = TN - 1
370 D2 = M - 1
380 D3 = D1 - D2
390 M2 = S2 / D2
400 M3 = S3 / D3
410  PR# 1
420  PRINT
430  PRINT
440  PRINT "INPUT DATA"
450  FOR I = 1 TO M
460  PRINT
470  PRINT "GROUP ";I
480 NN = N(I)
490  FOR J = 1 TO NN
500  PRINT "   ";X(I,J);
510  NEXT J
520  PRINT
530  PRINT "    TOTAL = ";T(I);"    MEAN = ";A(I)
540  NEXT I
550  PRINT
560  PRINT "    GRAND TOTAL = ";GT;"    MEAN = ";GT / TN
570  PRINT
580  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
590  PRINT "  SV"; TAB( 12);"DF"; TAB( 21);"SS"; TAB( 36)
     ;"MS"
600  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);D1; TAB( 19);S1
610  PRINT "GROUP"; TAB( 12); D2 ; TAB( 19) ; S2 ; TAB( 34)
     ;M2
620  PRINT "RESIDUAL"; TAB( 12);D3; TAB( 19);S3; TAB( 34)
     ;M3
630  PR# 0
640  GOTO 40
```

```
INPUT DATA

GROUP 1
  6   5   5
   TOTAL = 16     MEAN = 5.33333334

GROUP 2
  9   10   12   8   7
   TOTAL = 46     MEAN = 9.2

GROUP 3
  8   7   6
   TOTAL = 21     MEAN = 7

GROUP 4
  6   5   7   8
   TOTAL = 26     MEAN = 6.5

   GRAND TOTAL = 109     MEAN = 7.26666667

              ANALYSIS OF VARIANCE
  SV          DF        SS              MS
 TOTAL        14      54.9333334
 GROUP        3       32.4666667      10.8222222
 RESIDUAL     11      22.4666667      2.04242425
```

4·3 난 괴 법(조사치가 1개인 경우)

난괴법(亂塊法)의 제 1 모형에서의 통계적 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ij}=\mu+\tau_i+\beta_j+\epsilon_{ij}$$

식에서, μ : 전체 평균, τ_i : i 번째 처리효과, β_j : j 번째 처리효과, ϵ_{ij} : 임의변량~ $N(0, \sigma^2)$

a 개 처리와 r 개 집구로 되어 있는 성적의 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	$ar-1$	SST		
집 구	$r-1$	SSR	MSR	MSR/MSE
처 리	$a-1$	$SSTR$	$MSTR$	$MSTR/MSE$
잔 차	$(a-1)(r-1)$	SSE	MSE	

$CF=Y^2_{..}/ar$

$SST=\sum\sum Y^2_{ij}-CF$

$SSR=\sum Y^{22}_{.j}/a-CF$

$SSTR=\sum Y^2_{i.}/r-CF$

$SSE=SST-SSTR-SSR$

F 검정에 의하여 처리효과에 대한 유의성을 검정한다.

$\bar{Y}_{i.}$ 의 표준오차$=\sqrt{MSE/r}$

두 처리 평균간 차의 표준오차는 다음과 같다.

$$S.E.(\overline{Y}_{i\cdot}-\overline{Y}_{j\cdot})=\sqrt{2\,MSE/r}$$

```
10  REM FILE NAME : RB
20  REM RANDOMIZED COMPLETE BLOCK DESIGN
30  DIM X(50,10),T(50),B(10),TM(50)
40  INPUT "NUMBER OF TREATMENT?";N
50  INPUT "NUMBER OF BLOCK?";M
60  FOR I = 1 TO N
70  FOR J = 1 TO M
80  PRINT "TREATMENT ";I;"  BLOCK ";J;
90  INPUT X(I,J)
100  NEXT J
110  NEXT I
120 S1 = 0
130 S2 = 0
140 S3 = 0
150 GT = 0
160  FOR I = 1 TO N
170 T(I) = 0
180  NEXTI
190  FOR I = 1 TO M
200 B(I) = 0
210  NEXT I
220  FOR I = 1 TO N
230  FOR J = 1 TO M
240 XX = X(I,J)
250 T(I) = T(I) + XX
260 B(J) = B(J) + XX
270 S1 = S1 + XX * XX
280  NEXT J
290  NEXT I
300  FOR I = 1 TO M
310 S2 = S2 + B(I) * B(I)
320  NEXT I
330  FOR I = 1 TO N
340 S3 = S3 + T(I) * T(I)
350 GT = GT + T(I)
360 TM(I) = T(I) / M
370  NEXT I
380 NT = N * M
390 AV = GT / NT
400 CF = GT * GT / NT
410 S1 = S1 - CF
420 S2 = S2 / N - CF
430 S3 = S3 / M - CF
440 S4 = S1 - S2 - S3
450 D1 = NT - 1
460 D2 = M - 1
470 D3 = N - 1
480 D4 = D2 * D3
490 M2 = S2 / D2
500 M3 = S3 / D3
510 M4 = S4 / D4
520  PR# 1
530  PRINT
540  PRINT
550  PRINT
```

```
560  PRINT "     INPUT DATA"
570  PRINT
580  FOR I = 1 TO N
590  PRINT "TREATMENT ";I;
600  FOR J = 1 TO M
610  PRINT "    ";X(I,J);
620  NEXT J
630  PRINT
640  NEXT I
650  PRINT
660  PRINT "     BLOCK TOTAL"
670  FOR I = 1 TO M
680  PRINT "    ";B(I);
690  NEXT I
700  PRINT
710  PRINT
720  PRINT "     TREATMENT TOTAL"
730  FOR I = 1 TO N
740  PRINT "    ";T(I);
750  NEXT I
760  PRINT
770  PRINT
780  PRINT "     TREATMENT MEAN"
790  FOR I = 1 TO N
800  PRINT "    ";TM(I);
810  NEXT I
820  PRINT
830  PRINT
840  PRINT "     GRAND TOTAL = ";GT;"     MEAN = ";AV
850  PRINT
860  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
870  PRINT "  SV";TAB( 12);"DF";TAB( 21);"SS";TAB( 36);"MS"
880  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);D1; TAB( 19);S1
890  PRINT "BLOCK"; TAB( 12);D2; TAB( 19);S2; TAB( 34);M2
900  PRINT "TREATMENT"; TAB( 12);D3; TAB( 19);S3; TAB( 34);M3
910  PRINT "RESIDUAL"; TAB( 12);D4; TAB( 19);S4; TAB( 34);M4
920  PR# 0
930  GOTO 40
```

```
     INPUT DATA

TREATMENT 1   33.6   37.1   34.1   34.6   35.4   36.1
TREATMENT 2   31.1   34.5   30.5   32.7   30.7   30.3
TREATMENT 3   33.1   29.5   29.2   30.7   30.7   27.9
TREATMENT 4   28.4   29.9   31.6   32.3   28.1   26.9
TREATMENT 5   31.4   28.3   28.9   28.6   29.6   33.4

     BLOCK TOTAL
   157.6   159.3   154.3   158.9   154.5   154.6

     TREATMENT TOTAL
   210.9   189.8   181.1   177.2   180.2

     TREATMENT MEAN
   35.15   31.6333334   30.1833334   29.5333334   30.0333334

     GRAND TOTAL = 939.2     MEAN = 31.3066667
```

```
                 ANALYSIS OF VARIANCE
  SV          DF        SS                  MS
TOTAL         29     205.338646
BLOCK         5      5.4506607          1.09013214
TREATMENT     4      125.435326         31.3588314
RESIDUAL      20     74.4526596         3.72263298
```

4·4 난괴법(조사치가 여러 개인 경우)

난괴법에서 한 시험단위 내에 2개 이상의 조사치가 있을 경우의 통계적 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ijk}=\mu+\tau_i+\beta_j+(\tau\beta)_{ij}+\epsilon_{ijk}$$

앞의 난괴법(4·3)의 경우와 다른 점은 $(\tau\beta)_{ij}$가 더 추가된 것으로서 이는 처리와 집구와의 교호작용이다. a개 처리와 r개의 집구에서 각 시험구가 동일한 n개의 관찰치를 가질 경우 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	$arn-1$	SST		
집 구	$r-1$	SSR	MSR	MSR/MSE
처 리	$a-1$	$SSTR$	$MSTR$	$MSTR/MSE$
시험오차	$(a-1)(r-1)$	SSE	MSE	$MSE/MSSE$
표본오차	$ar(n-1)$	$SSSE$	$MSSE$	

$CF=Y_{...}^2/arn$

$SST=\sum Y_{ijk}^2-CF$

$SSR=\sum Y_{.j.}^2/an-CF$

$SSTR=\sum Y_{i..}^2/rn-CF$

$SSE=\sum\sum Y_{ij.}^2/n-CF$

$SSSE=SST-SSR-SSTR-SSE$

시험오차의 F검정결과 유의차가 있을 경우 처리와 집구는 시험오차에 대한 F검정을 하며, 유의차가 없을 경우에는 표본오차에 대하여 검정한다.

처리평균의 표준오차$=\sqrt{MSE/rn}$

두 처리 평균간 차의 표준오차는 다음과 같다.

$$S.E.\bar{Y}_{i..}-\bar{Y}_{j..}=\sqrt{2\,MSE/rn}$$

```
10  REM FILE NAME : RBSAMPLE
20  REM RB DESIGN WITH SEVERAL SAMPLES PER UNIT
30  DIM X(50,10,10),TR(50,10),BL(10),T(50)
40  INPUT "NUMBER OF TREATMENT?";N
50  INPUT "NUMBER OF BLOCK?";M
```

```
60  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION PER UNIT?";S
70  FOR I = 1 TO N
80  FOR J = 1 TO M
90  FOR K = 1 TO S
100  PRINT "TREATMENT ";I;"  BLOCK ";J;"  SAMPLE ";K;
110  INPUT X,(I,J,K)
120  NEXT K
130  NEXT J
140  NEXT I
150 S1 = 0
160 S2 = 0
170 S3 = 0
180 S4 = 0
190 GT = 0
200  FOR I = 1 TO N
210 T(I) = 0
220  FOR J = 1 TO M
230 TR(I,J) = 0
240  NEXT J
250  NEXT I
260  FOR J = 1 TO M
270 BL(J) = 0
280  NEXT J
290  FOR I = 1 TO N
300  FOR J = 1 TO M
310  FOR K = 1 TO S
320 XX = X(I,J,K)
330 TR(I,J) = TR(I,J) + XX
340 T(I) = T(I) + XX
350 BL(J) = BL(J) + XX
360 GT = GT + XX
370 S1 = S1 + XX * XX
380  NEXT K
390  NEXT J
400  NEXT I
410  FOR I = 1 TO N
420 S3 = S3 + T(I) * T(I)
430  FOR J = 1 TO M
440 S4 = S4 + TR(I,J) * TR(I,J)
450  NEXT J
460  NEXT I
470  FOR J = 1 TO M
480 S2 = S2 + BL(J) * BL(J)
490  NEXT J
500 NT = N * M * S
510 CF = GT * GT / NT
520 S1 = S1 - CF
530 S2 = S2 / (N * S) - CF
540 S3 = S3 / (M * S) - CF
550 S4 = S4 / S - CF - S2 - S3
560 S5 = S1 - S2 - S3 - S4
570 D1 = NT - 1
580 D2 = M - 1
590 D3 = N - 1
600 D4 = D2 * D3
610 D5 = D1 - D2 - D3 - D4
620  PR# 1
630  PRINT
```

```
640  PRINT
650  PRINT "    INPUT DATA"
660  FOR I = 1 TO N
670  FOR J = 1 TO M
680  PRINT "TREATMENT ";I;"  BLOCK ";J;
690  FOR K = 1 TO S
700  PRINT "   ";X(I,J,K);
710  NEXT K
720  PRINT
730  NEXT J
740  NEXT I
750  PRINT
760  PRINT "    BLOCK TOTAL"
770  FOR I = 1 TO M
780  PRINT "   ";BL(I);
790  NEXT I
800  PRINT
810  PRINT
820  PRINT "    GRAND TOTAL = ";GT;"    MEAN = ";GT / NT
830  PRINT
840  PRINT "    TREATMENT MEAN"
850  FOR I = 1 TO N
860  PRINT "   ";T(I) / (M * S);
870  NEXT I
880  PRINT
890  PRINT
900  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
910  PRINT "SV";TAB( 12);"DF";TAB( 21);"SS";TAB( 36);"MS"
920  PRINT "TOTAL";TAB( 12);D1;TAB( 19);S1
930  PRINT "BLOCK";TAB( 12);D2;TAB( 19);S2;TAB( 34);S2/D2
940  PRINT "TREATMENT";TAB( 12);D3;TAB( 19);S3;TAB( 34);S3/D3
950  PRINT "TR X BL";TAB( 12);D4;TAB( 19);S4;TAB( 34);S4/D4
960  PRINT "SAMPLE";TAB( 12);D5;TAB( 19);S5;TAB( 34);S5/D5
970  PR# 0
980  GOTO 40
```

```
NUMBER OF OBSERVATION PER UNIT?

    INPUT DATA
TREATMENT 1  BLOCK 1   669   671
TREATMENT 1  BLOCK 2   601   603
TREATMENT 1  BLOCK 3   527   547
TREATMENT 2  BLOCK 1   775   821
TREATMENT 2  BLOCK 2   684   687
TREATMENT 2  BLOCK 3   571   573
TREATMENT 3  BLOCK 1   1009   1060
TREATMENT 3  BLOCK 2   824   828
TREATMENT 3  BLOCK 3   688   713

    BLOCK TOTAL
   5005   4227   3619

    GRAND TOTAL = 12851    MEAN = 713.944445

    TREATMENT MEAN
   603   685.166667   853.666667
```

```
              ANALYSIS OF VARIANCE
  SV           DF         SS                  MS
 TOTAL         17      381464.945
 BLOCK         2       160885.777          80442.8887
 TREATMENT     2       195954.777          97977.3887
 TR X BL       4       21734.8906          5433.72266
 SAMPLE        9       2889.5              321.055556
```

4·5 라틴방각법

라틴방각법(라틴方角法)의 통계적 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ij(k)}=\mu+\alpha_i+\beta_i+\tau_{(k)}+\epsilon_{ij}$$

식에서, μ : 전체 모평균, α_i : i 번째 행의 효과, β_j : j 번째 열의 효과, $\tau_{(k)}$: k 번째 처리 효과, ϵ_{ij} : 임의변량$\sim N(0,\ \sigma^2)$

라틴방각법은 행과 열의 이원배치(二元配置)로 되며 이들과 중복되게 처리가 들어가므로 ( )로 표시하였다. 이 경우의 분산분석표는 다음과 같다.

요　인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전　체	a^2-1	SST		
행	$a-1$	SSR	MSR	MSR/MSE
열	$a-1$	SSC	MSC	MSC/MSE
처　리	$a-1$	$SSTR$	$MSTR$	$MSTR/MSE$
잔　차	$(a-2)(a-1)$	SSE	MSE	

$CF=Y_{..}^2/a^2$

$SST=\Sigma\Sigma Y_{ij}^2-CF$

$SSR=\Sigma Y_{i.}^2/a-CF$

$SSC=\Sigma Y_{.j}^2/a-CF$

$SSTR=\Sigma Y_{k}^2/a-CF$

$SSE=SST-SSR-SSC-SSTR$

$S.E.\overline{Y}_k=\sqrt{MSE/a}$

$S.E.\overline{Y}_k-\overline{Y}_l=\sqrt{2\,MSE/a}$

```
10  REM FILE NAME : LATIN
20  REM LATIN SQUARE
30  DIM X(12,12),TR(12),TC(12),TT(12),TN(12,12)
40  INPUT "NUMBER OF ROW?";NA
50  FOR I = 1 TO NA
60  FOR J = 1 TO NA
70  PRINT
80  PRINT "ROW ";I;"  COLUMN ";J
90  INPUT "TREATMENT NUMBER?";TN(I,J)
100  INPUT "VALUE?";X(I,J)
```

```
110  NEXT J
120  NEXT I
130 S1 = 0
140 S2 = 0
150 S3 = 0
160 S4 = 0
170 GT = 0
180  FOR I = 1 TO NA
190 TR(I) = 0
200 TC(I) = 0
210 TT(I) = 0
220  NEXT I
230  FOR I = 1 TO NA
240  FOR J = 1 TO NA
250 NN = TN(I,J)
260 XX = X(I,J)
270 TR(I) = TR(I) + XX
280 TC(J) = TC(J) + XX
290 TT(NN) = TT(NN) + XX
300 GT = GT + XX
310 S1 = S1 + XX * XX
320  NEXT J
330  NEXT I
340  FOR I = 1 TO NA
350 S2 = S2 + TR(I) * TR(I)
360 S3 = S3 + TC(I) * TC(I)
370 S4 = S4 + TT(I) * TT(I)
380  NEXT I
390 NT = NA * NA
400 CF = GT * GT / NT
410 S1 = S1 - CF
420 S2 = S2 / NA - CF
430 S3 = S3 / NA - CF
440 S4 = S4 / NA - CF
450 S5 = S1 - S2 - S3 - S4
460 D1 = NT - 1
470 D2 = NA - 1
480 D5 = D2 * (D2 - 1)
490 M2 = S2 / D2
500 M3 = S3 / D2
510 M4 = S4 / D2
520 M5 = S5 / D5
530  PR# 1
540  PRINT
550  PRINT
560  PRINT  TAB( 10);"LATIN SQUARE"
570  PRINT
580  PRINT "     INPUT DATA"
590  PRINT
600  FOR I = 1 TO NA
610  FOR J = 1 TO NA
620  PRINT "    ";X(I,J);
630  NEXT J
640  PRINT
650  NEXT I
660  PRINT
670  PRINT "     ROW TOTAL"
680  FOR I = 1 TO NA
```

```
690  PRINT "    ";TR(I);
700  NEXT I
710  PRINT
720  PRINT
730  PRINT "    COLUMN TOTAL"
740  FOR I = 1 TO NA
750  PRINT "    ";TC(I);
760  NEXT I
770  PRINT
780  PRINT
790  PRINT "    GRAND TOTAL = ";GT;"    MEAN = ";GT / NT
800  PRINT
810  PRINT "    TREATMENT MEAN"
820  FOR I = 1 TO NA
830  PRINT "    ";TT(I) / NA;
840  NEXT I
850  PRINT
860  PRINT
870  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
880  PRINT "SV"; TAB( 12);"DF"; TAB( 21);"SS"; TAB( 36);"MS"
890  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);D1; TAB( 19);S1
900  PRINT "ROW"; TAB( 12);D2; TAB( 19);S2; TAB( 34);M2
910  PRINT "COLUMN"; TAB( 12);D2; TAB( 19);S3; TAB( 34);M3
920  PRINT "TREATMENT"; TAB( 12);D2; TAB( 19);S4; TAB( 34);M4
930  PRINT "RESIDUAL"; TAB( 12);D5; TAB( 19);S5; TAB( 34);M5
940  PR# 0
950  GOTO 40
```

```
        LATIN SQUARE

     INPUT DATA

   18.52    19.46    20.66    22.68    18.65
   20.68    14.29    18.82    20.02    20.58
   26.04    17.49    21.06    18.91    20.03
   22.51    22.98    17.15    17.14    20.62
   24.44    20.25    18.92    19.73    14.07

     ROW TOTAL
   99.97    94.39    103.53    100.4    97.41

     COLUMN TOTAL
   112.19    94.47    96.61    98.48    93.95

     GRAND TOTAL = 495.7     MEAN = 19.828

     TREATMENT MEAN
   21.518    22.348    18.576    20.11    16.588


              ANALYSIS OF VARIANCE
SV          DF        SS              MS
TOTAL       24        179.120197
ROW         4         9.42080307      2.35520077
COLUMN      4         45.1768036      11.2942009
TREATMENT   4         106.755642      26.6889105
RESIDUAL    12        17.7669487      1.48057906
```

4·6 2요인 난괴법

난괴법에서 처리가 2개의 요인(要因)으로 각각 2개 이상의 수준(水準)을 가질 경우의 통계적 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ijk}=\mu+\alpha_i+\beta_j+\gamma_k+(\alpha\beta)_{ij}+(\alpha\gamma)_{ik}+(\beta\gamma)_{ik}+(\alpha\beta\gamma)_{ijk}$$

그러나, 관찰치가 1개인 경우에는 $(\alpha\gamma)_{ik}+(\beta\gamma)_{jk}+(\alpha\beta\gamma)_{ijk}$를 합해 ϵ_{ijk}로 하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_{ijk}=\mu+\alpha_i+\beta_j+\gamma_k+(\alpha\beta)_{ij}+\epsilon_{ijk}$$

식에서, μ : 전체 모평균, α_i : A 요인의 i번째 수준효과, β_j : B 요인의 j번째 수준효과, γ_k : k번째 집구효과, $(\alpha\beta)_{ij}$: A와 B의 교호작용효과, ϵ_{ijk} : 임의변량$\sim N(0, \sigma^2)$

A 요인이 a수준, B 요인이 b수준, 집구수가 r인 경우의 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	$abr-1$	SST		
집 구	$r-1$	SSR	MSR	
처 리	$ab-1$	$SSTR$	$MSTR$	$MSTR/MSE$
A	$a-1$	SSA	MSA	MSA/MSE
B	$b-1$	SSB	MSB	MSB/MSE
AB	$(a-1)(b-1)$	$SSAB$	$MSAB$	$ASAB/MSE$
잔 차	$(ab-1)(r-1)$	SSE	MSE	

$CF=Y_{\cdot\cdot\cdot}^2/abr$

$SST=\sum\sum\sum Y_{ijk}^2-CF$

$SSR=\sum Y_{\cdot\cdot k}^2/ab-CF$

$SSA=\sum Y_{i\cdot\cdot}^2/br-CF$

$SSB=\sum Y_{\cdot j\cdot}^2/ar-CF$

$SSTR=\sum\sum Y_{ij\cdot}^2/r-CF$

$SSAB=SSTR-SSA-SSB$

$SSE=SST-SSR-SSTR$

F 검정은 제1모형의 경우 각 요인 MS를 잔차 $MS(MSE)$에 대하여 검정한다.

A 요인의 수준별 평균표준오차$=\sqrt{MSE/br}$

B 요인의 수준별 평균표준오차$=\sqrt{MSE/ar}$

AB 교호작용의 표준오차$=\sqrt{MSE/r}$

```
10  REM FILE NAME : FACTORIAL1
20  REM ANOVA OF TWO-FACTOR WITH RB DESIGN
30  DIM X(10,10,10),AB(10,10),TA(10),TB(10),BL(10)
40  INPUT "NUMBER OF A LEVEL?";NA
50  INPUT "NUMBER OF B LEVEL?";NB
```

```
60  INPUT "NUMBER OF BLOCK?";M
70  FOR I = 1 TO NA
80  FOR J = 1 TO NB
90  FOR K = 1 TO M
100  PRINT "A ";I;"  B ";J;"  BLOCK ";K;
110  INPUT X(I,J,K)
120  NEXT K
130  NEXT J
140  NEXT I
150 NN = NA * NB
160 NT = NN * M
170 S1 = 0
180 S2 = 0
190 S3 = 0
200 S4 = 0
210 S5 = 0
220 GT = 0
230  FOR I = 1 TO NA
240 TA(I) = 0
250  FOR J = 1 TO NB
260 AB(I,J) = 0
270  NEXT J
280  NEXT I
290  FOR J = 1 TO NB
300 TB(J) = 0
310  NEXT J
320  FOR K = 1 TO M
330 BL(K) = 0
340  NEXT K
350  FOR I = 1 TO NA
360  FOR J = 1 TO NB
370  FOR K = 1 TO M
380 XX = X(I,J,K)
390 AB(I,J) = AB(I,J) + XX
400 TA(I) = TA(I) + XX
410 TB(J) = TB(J) + XX
420 BL(K) = BL(K) + XX
430 GT = GT + XX
440 S1 = S1 + XX * XX
450  NEXT K
460  NEXT J
470  NEXT I
480  FOR K = 1 TO M
490 S2 = S2 + BL(K) * BL(K)
500  NEXT K
510  FOR I = 1 TO NA
520 S4 = S4 + TA(I) * TA(I)
530  FOR J = 1 TO NB
540 S3 = S3 + AB(I,J) * AB(I,J)
550  NEXT J
560  NEXT I
570  FOR J = 1 TO NB
580 S5 = S5 + TB(J) * TB(J)
590  NEXT J
600 CF = GT * GT / NT
610 S1 = S1 - CF
620 S2 = S2 / NN - CF
630 S3 = S3 / M - CF
```

```
640 S4 = S4 / (NB * M) - CF
650 S5 = S5 / (NA * M) - CF
660 S6 = S3 - S4 - S5
670 S7 = S1 - S2 - S3
680 D1 = NT - 1
690 D2 = M - 1
700 D3 = NN - 1
710 D4 = NA - 1
720 D5 = NB - 1
730 D6 = D4 * D5
740 D7 = D2 * D3
750 M2 = S2 / D2
760 M3 = S3 / D3
770 M4 = S4 / D4
780 M5 = S5 / D5
790 M6 = S6 / D6
800 M7 = S7 / D7
810  PR# 1
820  PRINT
830  PRINT
840  PRINT "    INPUT DATA"
850  PRINT
860  FOR I = 1 TO NA
870  FOR J = 1 TO NB
880  PRINT "A ";I;"  B ";J;
890  FOR K = 1 TO M
900  PRINT "   ";X(I,J,K);
910  NEXT K
920  PRINT
930  NEXT J
940  NEXT I
950  PRINT
960  PRINT "    BLOCK TOTAL"
970  FOR K = 1 TO M
980  PRINT "   ";BL(K);
990  NEXT K
1000  PRINT
1010  PRINT
1020  PRINT "    GRAND TOTAL = ";GT;"    MEAN = ";GT / NT
1030  PRINT
1040  PRINT "    A FACTOR MEAN"
1050  FOR I = 1 TO NA
1060  PRINT "   ";TA(I) / (NB * M);
1070  NEXT I
1080  PRINT
1090  PRINT
1100  PRINT "    B FACTOR MEAN"
1110  FOR J = 1 TO NB
1120  PRINT "   ";TB(J) / (NA * M);
1130  NEXT J
1140  PRINT
1150  PRINT
1160  PRINT "    TREATMENT MEAN"
1170  PRINT "A FACTOR / B FACTOR"
1180  FOR I = 1 TO NA
1190  FOR J = 1 TO NB
1200  PRINT "   ";AB(I,J) / M;
1210  NEXT J
```

```
1220  PRINT
1230  NEXT I
1240  PRINT
1250  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
1260  PRINT "SV"; TAB( 12);"DF"; TAB( 21);"SS"; TAB( 36);"MS"
1270  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);D1; TAB( 19);S1
1280  PRINT "BLOCK"; TAB( 12);D2; TAB( 19);S2; TAB( 34);M2
1290  PRINT "TREATMENT";TAB( 12);D3; TAB( 19);S3; TAB( 34);M3
1300  PRINT "    A"; TAB( 12);D4; TAB( 19);S4; TAB( 34);M4
1310  PRINT "    B"; TAB( 12);D5; TAB( 19);S5; TAB( 34);M5
1320  PRINT "    AB"; TAB( 12);D6; TAB( 19);S6; TAB( 34);M6
1330  PRINT "RESIDUAL"; TAB( 12);D7; TAB( 19);S7; TAB( 34);M7
1340  PR# 0
1350  GOTO 40
```

```
     INPUT DATA

A 1   B 1    56    45    43    46
A 1   B 2    60    50    45    48
A 1   B 3    66    57    50    50
A 2   B 1    65    61    60    63
A 2   B 2    60    58    56    60
A 2   B 3    53    53    48    55
A 3   B 1    60    61    50    53
A 3   B 2    62    68    67    60
A 3   B 3    73    77    77    65

     BLOCK TOTAL
    555    530    496    500

     GRAND TOTAL = 2081     MEAN = 57.8055556

     A FACTOR MEAN
    51.3333333    57.6666667    64.4166667

     B FACTOR MEAN
    55.25    57.8333333    60.3333333


     TREATMENT MEAN
A FACTOR / B FACTOR
    47.5    50.75    55.75
    62.25    58.5    52.25
    56    64.25    73


              ANALYSIS OF VARIANCE
  SV         DF         SS                 MS
TOTAL        35       2627.63889
BLOCK        3        255.638886        85.2129618
TREATMENT    8        1947.88889        243.486111
   A         2        1027.38889        513.694443
   B         2        155.055542        77.527771
   AB        4        765.444458        191.361115
RESIDUAL     24       424.111115        17.6712965
```

4·7 지분실험법

지분실험법(枝分實驗法)은 2개의 요인 중에서 한 요인의 수준 내에 다른 요인의 수준 내용이 각각 다를 때에 적용되는 실험법으로서 이의 통계적 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ijk}=\mu+\tau_i+\beta_{j(i)}+\epsilon_{ijk}$$

식에서, μ : 전체 모평균, τ_i : i 번째 A 요인의 수준효과, $\beta_{j(i)}$: i 번째 A 요인 내에서의 j 번째 B 요인의 수준효과, ϵ_{ijk} : 임의변량 $\sim N(0, \sigma^2)$

a 개의 A 요인 내에 B 요인이 각각 a_i 의 수준을 가지고 이들이 각각 a_{ij} 개씩의 표본을 가질 경우의 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	$\sum\sum a_{ij}-1$	SST		
A	$a-1$	SSA	MSA	MSA/MSE
B/A	$\sum(a_i-1)$	$SSBA$	$MSBA$	$MSBA/MSE$
잔 차	$\sum\sum(a_{ij}-1)$	SSE	MSE	

$$CF=Y_{\cdots}^2/\sum\sum a_{ij}$$
$$SST=\sum\sum\sum Y_{ijk}^2-CF$$
$$SSA=\sum(Y_{i\cdot\cdot}^2/\sum a_{ij})-CF$$
$$SSBA=\sum\sum(Y_{ij\cdot}^2/a_{ij})-\sum(Y_{i\cdot\cdot}^2/\sum a_{ij})$$
$$SSE=SST-SSA-SSBA$$

F 검정은 제 1 모형(모수모형)인 경우에는 A, B/A가 MSE 에 대하여 검정하지만, 제 2 모형(변량모형)인 경우에는 달라진다.

처리평균(A)의 표준오차$=\sqrt{MSBA/\sum a_i}$

A 평균효과차의 표준오차$=\sqrt{2\,MSBA/\sum a_i}$

```
10  REM FILE NAME : NESTED
20  REM NESTED CLASSIFICATION WITH TWO GROUP
30  DIM X(10,10,30),N2(10),N3(10,10),T2(10),T3(10,10),A2(10),
     A3(10,10)
40  INPUT "NUMBER OF MAIN GROUP?";K1
50  FOR I = 1 TO K1
60  PRINT "NUMBER OF SUB GROUP OF MAIN ";I;
70  INPUT N2(I)
80 K2 = N2(I)
90  FOR J = 1 TO K2
100  PRINT "MAIN ";I;"  SUB ";J;"  NUMBER OF OBSERVATION";
110  INPUT N3(I,J)
120  NEXT J
130  NEXT I
140  FOR I = 1 TO K1
150 K2 = N2(I)
```

```
160  FOR J = 1 TO K2
170 K3 = N3(I,J)
180  FOR K = 1 TO K3
190  PRINT "MAIN ";I;"  SUB ";J;"  OBSERVATION ";K;
200  INPUT X(I,J,K)
210  NEXT K
220  NEXT J
230  NEXT I
240 S1 = 0
250 S2 = 0
260 S3 = 0
270 NT = 0
280 GT = 0
290 D3 = 0
300  FOR I = 1 TO K1
310 T2(I) = 0
320 K2 = N2(I)
330 N4 = 0
340  FOR J = 1 TO K2
350 T3(I,J) = 0
360 K3 = N3(I,J)
370 NT = NT + K3
380 N4 = N4 + K3
390  FOR K = 1 TO K3
400 S1 = S1 + X(I,J,K) * X(I,J,K)
410 T3(I,J) = T3(I,J) + X(I,J,K)
420  NEXT K
430 A3(I,J) = T3(I,J) / K3
440 S3 = S3 + T3(I,J) * T3(I,J) / K3
450 T2(I) = T2(I) + T3(I,J)
460  NEXT J
470 D3 = D3 + K2 - 1
480 S2 = S2 + T2(I) * T2(I) / N4
490 A2(I) = T2(I) / N4
500 GT = GT + T2(I)
510  NEXT I
520 CF = GT * GT / NT
530 S1 = S1 - CF
540 S2 = S2 - CF
550 S3 = S3 - CF
560 S3 = S3 - S2
570 D1 = NT - 1
580 D2 = K1 - 1
590 D4 = D1 - D2 - D3
600 S4 = S1 - S2 - S3
610 M2 = S2 / D2
620 M3 = S3 / D3
630 M4 = S4 / D4
640  PR# 1
650  PRINT
660  PRINT
670  PRINT  TAB( 10);"NESTED CLASSIFICATION"
680  PRINT
690  PRINT "     INPUT DATA"
700  PRINT
710  PRINT
720  FOR I = 1 TO K1
730  PRINT
```

```
740 K2 = N2(I)
750  FOR J = 1 TO K2
760 K3 = N3(I,J)
770  PRINT "MAIN ";I;"  SUB ";J;
780  FOR K = 1 TO K3
790  PRINT "    ";X(I,J,K);
800  NEXT K
810  PRINT
820  NEXT J
830  PRINT
840  PRINT "    TOTAL = ";T2(I);"    MEAN = ";A2(I)
850  NEXT I
860  PRINT
870  PRINT "    GRAND TOTAL = ";GT;"    MEAN = ";GT / NT
880  PRINT
890  PRINT "    MAIN-SUB GROUP MEAN"
900  FOR I = 1 TO K1
910 K2 = N2(I)
920  FOR J = 1 TO K2
930  PRINT "MAIN ";I;"  SUB ";J;"   ";A3(I,J)
940  NEXT J
950  NEXT I
960  PRINT
970  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
980  PRINT "SV";TAB( 15);"DF"; TAB( 24);"SS"; TAB( 39);"MS"
990  PRINT "TOTAL";TAB( 15);D1; TAB( 22);S1
1000  PRINT "MAIN";TAB( 15);D2; TAB( 22);S2; TAB( 37);M2
1010  PRINT "SUB W/N MAIN";TAB( 15);D3;TAB( 22);S3;TAB( 37);M3
1020  PRINT "OBSERVATION";TAB( 15);D4;TAB( 22);S4;TAB( 37);M4
1030  PR# 0
1040  GOTO 40
```

```
              NESTED CLASSIFICATION

        INPUT DATA

 MAIN 1  SUB 1    3.28    3.09
 MAIN 1  SUB 2    3.52    3.48
 MAIN 1  SUB 3    2.88    2.8
     TOTAL = 19.05    MEAN = 3.175

 MAIN 2  SUB 1    2.46    2.44
 MAIN 2  SUB 2    1.86    1.92
 MAIN 2  SUB 3    2.19    2.19
     TOTAL = 13.06    MEAN = 2.17666667

 MAIN 3  SUB 1    2.77    2.66
 MAIN 3  SUB 2    3.74    3.44
 MAIN 3  SUB 3    2.55    2.55
     TOTAL = 17.71    MEAN = 2.95166667

 MAIN 4  SUB 1    3.78    2.87
 MAIN 4  SUB 2    4.07    4.12
 MAIN 4  SUB 3    3.31    3.31
     TOTAL = 21.46    MEAN = 3.57666667

     GRAND TOTAL = 71.28    MEAN = 2.97
```

```
    MAIN-SUB GROUP MEAN
MAIN 1   SUB 1    3.185
MAIN 1   SUB 2    3.5
MAIN 1   SUB 3    2.84
MAIN 2   SUB 1    2.45
MAIN 2   SUB 2    1.89
MAIN 2   SUB 3    2.19
MAIN 3   SUB 1    2.715
MAIN 3   SUB 2    3.59
MAIN 3   SUB 3    2.55
MAIN 4   SUB 1    3.325
MAIN 4   SUB 2    4.095
MAIN 4   SUB 3    3.31

                 ANALYSIS OF VARIANCE
  SV             DF        SS               MS
TOTAL            23      9.53499973
MAIN             3       6.23869991      2.07956664
SUB W/N MAIN     8       2.80589992      .35073749
OBSERVATION      12      .490399897      .0408666581
```

4·8 분할구배치법

2개의 요인으로 되어 있는 처리가 분할구배치법(分割區配置法)으로 배치될 경우 두 요인은 각각 주구(主區)와 세구(細區)로 나누어지며, 주구가 난괴법으로 배치되었을 경우의 통계적 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ijk}=\mu+\rho_i+\alpha_j+\delta_{ij}+\beta_k+(\alpha\beta)_{jk}+\epsilon_{ijk}$$

식에서, μ : 전체 모평균, ρ_i : i번째 집구효과, α_i : j번째 주구효과, δ_{ij} : 주구에 대한 임의변량$\sim N(0,\ \sigma_\delta^2)$, β_k : k번째 세구효과, $(\alpha\beta)_{jk}$: 주구와 세구의 교호작용, ϵ_{ijk} : 세구에 대한 임의변량$\sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$

주구수가 a, 세구수가 b, 집구수가 r인 경우의 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	$abr-1$	SST		
집 구	$r-1$	SSR	MSR	$MSR/MSEA$
주 구	$a-1$	SSA	MSA	$MSA/MSEA$
잔차(주구)	$(a-1)(r-1)$	$SSEA$	$MSEA$	
세 구	$b-1$	SSB	MSB	$MSB/MSEB$
주구×세구	$(a-1)(b-1)$	$SSAB$	$MSAB$	$MSAB/MSEB$
잔차(세구)	$a(b-1)(r-1)$	$SSEB$	$MSEB$	

$CF=Y_{...}^2/abr$

$SST=\sum\sum\sum Y_{ijk}^2-CF$

$SSR=\sum Y_{i..}^2/ab-CF$

$SSA=\sum Y_{.j.}^2/br-CF$

$$SSEA=\sum\sum Y_{ij\cdot}^2/b - CF - SSR - SSA$$
$$SSB=\sum Y_{\cdot\cdot k}^2/ar - CF$$
$$SSAB=\sum Y_{\cdot jk}^2/r - CF - SSA - SSB$$
$$SSEB=SST - SSR - SSA - SSEA - SSB - SSAB$$

두 처리 평균간 차의 표준오차는 다음의 4 가지 경우로 나눌 수 있다.

주구 평균간 챠의 표준오차 $=\sqrt{2\,MSEA/br}$
세구 평균간 차의 표준오차 $=\sqrt{2\,MSEB/ar}$
동일 주구 내 세구 평균간 차의 표준오차 $=\sqrt{2\,MSEB/r}$
*다른 주구 내 세구 평균간 또는 동일 세구 내 주구 평균간 차의 표준오차 $=\sqrt{2\{MSEA+(b-1)MSEB\}/br}$

*적용자유도(適用自由度)는 다음 식에 의한다.

$$df=\frac{\{MSEA+(b-1)MSEB\}^2}{(MSEA)^2/(a-1)+(MSEB)^2/(b-1)}$$

```
10  REM FILE NAME : SPLIT2
20  REM ANOVA OF SPLIT PLOT DESIGN WITH RB
30  DIM X(10,10,10),TA(10),TB(10),BL(10),AR(10,10),AB(10,10)
40  INPUT "NUMBER OF MAIN A LEVEL?";NA
50  INPUT "NUMBER OF SUB B LEVEL?";NB
60  INPUT "NUMBER OF BLOCK?";M
70  FOR I = 1 TO NA
80  FOR J = 1 TO NB
90  FOR K = 1 TO M
100  PRINT "A ";I;"  B ";J;"  BLOCK ";K;
110  INPUT X(I,J,K)
120  NEXT K
130  NEXT J
140  NEXT I
150 S1 = 0
160 S2 = 0
170 S3 = 0
180 S4 = 0
190 S5 = 0
200 S6 = 0
210 GT = 0
220  FOR I = 1 TO NA
230 TA(I) = 0
240  FOR J = 1 TO NB
250 AB(I,J) = 0
260  NEXT J
270  NEXT I
280  FOR J = 1 TO NB
290 TB(J) = 0
300  NEXT J
310  FOR K = 1 TO M
320 BL(K) = 0
330  FOR I = 1 TO NA
340 AR(I,K) = 0
350  NEXT I
360  NEXT K
370  FOR I = 1 TO NA
380  FOR J = 1 TO NB
390  FOR K = 1 TO M
```

```
400 XX = X(I,J,K)
410 AB(I,J) = AB(I,J) + XX
420 AR(I,K) = AR(I,K) + XX
430 TA(I) = TA(I) + XX
440 TB(J) = TB(J) + XX
450 BL(K) = BL(K) + XX
460 GT = GT + XX
470 S1 = S1 + XX * XX
480  NEXT K
490  NEXT J
500  NEXT I
510  FOR K = 1 TO M
520 S2 = S2 + BL(K) * BL(K)
530  FOR I = 1 TO NA
540 S4 = S4 + AR(I,K) * AR(I,K)
550  NEXT I
560  NEXT K
570  FOR I = 1 TO NA
580 S3 = S3 + TA(I) * TA(I)
590  FOR J = 1 TO NB
600 S6 = S6 + AB(I,J) * AB(I,J)
610  NEXT J
620  NEXT I
630  FOR J = 1 TO NB
640 S5 = S5 + TB(J) * TB(J)
650  NEXT J
660 NN = NA * NB
670 NT = NN * M
680 CF = GT * GT / NT
690 S1 = S1 - CF
700 S2 = S2 / NN - CF
710 S3 = S3 / (NB * M) - CF
720 S4 = S4 / NB - CF - S2 - S3
730 S5 = S5 / (NA * M) - CF
740 S6 = S6 / M - CF - S3 - S5
750 S7 = S1 - S2 - S3 - S4 - S5 - S6
760 D1 = NT - 1
770 D2 = M - 1
780 D3 = NA - 1
790 D4 = D2 * D3
800 D5 = NB - 1
810 D6 = D3 * D5
820 D7 = D1 - D2 - D3 - D4 - D5 - D6
830 M2 = S2 / D2
840 M3 = S3 / D3
850 M4 = S4 / D4
860 M5 = S5 / D5
870 M6 = S6 / D6
880 M7 = S7 / D7
890 E1 =  SQR (2 * M4 / (NB * M))
900 E2 =  SQR (2 * M7 / (NA * M))
910 E3 =  SQR (2 * M7 / M)
920  PR# 1
930  PRINT
940  PRINT
950  PRINT  TAB( 10);"SPLIT PLOT DESIGN"
960  PRINT
970  PRINT "    INPUT DATA"
```

```
980  PRINT
990  FOR I = 1 TO NA
1000  FOR J = 1 TO NB
1010  PRINT "A ";I;"  B ";J;
1020  FOR K = 1 TO M
1030  PRINT "    ";X(I,J,K);
1040  NEXT K
1050  PRINT
1060  NEXT J
1070  NEXT I
1080  PRINT
1090  PRINT "    BLOCK TOTAL"
1100  FOR I = 1 TO M
1110  PRINT "    ";BL(I);
1120  NEXT I
1130  PRINT
1140  PRINT
1150  PRINT "    GRAND TOTAL = ";GT;"    MEAN = ";GT / NT
1160  PRINT
1170  PRINT "    A MAIN FACTOR MEAN"
1180  FOR I = 1 TO NA
1190  PRINT "    ";TA(I) / (NB * M);
1200  NEXT I
1210  PRINT
1220  PRINT
1230  PRINT "    B SUB FACTOR MEAN"
1240  FOR J = 1 TO NB
1250  PRINT "    ";TB(J) / (NA * M);
1260  NEXT J
1270  PRINT
1280  PRINT
1290  PRINT "    A X B MEAN"
1300  PRINT "A FACTOR / B FACTOR"
1310  FOR I = 1 TO NA
1320  FOR J = 1 TO NB
1330  PRINT "    ";AB(I,J) / M;
1340  NEXT J
1350  PRINT
1360  NEXT I
1370  PRINT
1380  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
1390  PRINT "  SV"; TAB( 12); "DF" ; TAB( 21) ; "SS" ; TAB( 36)
       ;"MS"
1400  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);D1; TAB( 19);S1
1410  PRINT "BLOCK"; TAB( 12);D2; TAB( 19);S2; TAB( 34);M2
1420  PRINT "  A"; TAB( 12);D3; TAB( 19);S3; TAB( 34);M3
1430  PRINT "ERROR A"; TAB( 12);D4; TAB( 19);S4; TAB( 34);M4
1440  PRINT
1450  PRINT "  B"; TAB( 12);D5; TAB( 19);S5; TAB( 34);M5
1460  PRINT "  AB"; TAB( 12);D6; TAB( 19);S6; TAB( 34);M6
1470  PRINT "ERROR B" ; TAB( 12) ; D7 ; TAB( 19) ; S7 ; TAB( 34)
       ;M7
1480  PRINT
1490  PRINT "S.E. BETWEEN A MAIN MEAN = ";E1
1500  PRINT "S.E. BETWEEN B SUB MEAN  = ";E2
1510  PRINT "S.E. BETWEEN B MEAN AT THE SAME A LEVEL = ";E3
1520  PR# 0
1530  GOTO 40
```

```
        SPLIT PLOT DESIGN

    INPUT DATA

A 1  B 1    74    56    64    59
A 1  B 2    66    66    70    64
A 1  B 3    50    49    57    56
A 1  B 4    36    39    33    46
A 2  B 1    88    76    84    76
A 2  B 2    73    72    77    64
A 2  B 3    73    59    74    62
A 2  B 4    48    50    55    46

    BLOCK TOTAL
   508    467    514    473

    GRAND TOTAL = 1962     MEAN = 61.3125

    A MAIN FACTOR MEAN
   55.3125   67.3125

    B SUB FACTOR MEAN
   72.125    69    60    44.125

    A X B MEAN
A FACTOR / B FACTOR
   63.25    66.5    53    38.5
   81    71.5    67    49.75

               ANALYSIS OF VARIANCE
  SV          DF        SS               MS
TOTAL         31      5874.875
BLOCK         3       214.625          71.5416667
  A           1       1152             1152
ERROR A       3       126.75           42.25

  B           3       3785.125         1261.70833
  AB          3       173.25           57.75
ERROR B       18      423.125          23.5069445

S.E. BETWEEN A MAIN MEAN = 2.29809704
S.E. BETWEEN B SUB MEAN  = 2.42419804
S.E. BETWEEN B MEAN AT THE SAME A LEVEL = 3.42833374
```

4·9 분할집구배치법

분할집구배치법(分割集區配置法)은 주구와 세구의 구분없이 배치되며, 통계적 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ijk}=\mu+\rho_i+\alpha_j+(\rho\alpha)_{ij}+\beta_k+(\rho\beta)_{ik}+(\alpha\beta)_{jk}+\epsilon_{ijk}$$

식에서, μ : 전체 모평균, ρ_i : i 번째 집구효과, α_j : j 번째 A 요인의 효과, β_k : k 번째 B 요인의 효과, $(\rho\alpha)_{ij}$: A 요인과 집구교호작용, $(\rho\beta)_{ik}$: B 요인과 집구교호작용, ϵ_{ijk} : 임의변량 $\sim N(0,\ \sigma^2)$

A 요인이 a 수준, B 요인이 b 수준, 반복수가 r 인 경우의 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	$abr-1$	SST		
집 구	$r-1$	SSR	MSR	$MSR/MSEA$
A	$a-1$	SSA	MSA	$MSA/MSEA$
잔차 A	$(a-1)(r-1)$	$SSEA$	$MSEA$	
B	$b-1$	SSB	MSB	$MSB/MSEB$
잔차 B	$(b-1)(r-1)$	$SSEB$	$MSEB$	
AB	$(a-1)(b-1)$	$SSAB$	$MSAB$	$MSAB/MSEC$
잔차 C	$(a-1)(b-1)(r-1)$	$SSEC$	$MSEC$	

$$CF = Y_{\cdots}^2/abr$$
$$SST = \sum\sum\sum Y_{ijk}^2 - CF$$
$$SSR = \sum Y_{i\cdot\cdot}^2/ab - CF$$
$$SSA = \sum Y_{\cdot j\cdot}^2/br - CF$$
$$SSEA = \sum\sum Y_{ij\cdot}^2/b - CF - SSR - SSA$$
$$SSB = \sum Y_{\cdot\cdot k}^2/ar - CF$$
$$SSEB = \sum\sum Y_{i\cdot k}^2/a - CF - SSR - SSB$$
$$SSAB = \sum\sum Y_{\cdot jk}^2/r - CF - SSA - SSB$$
$$SSEC = SST - SSR - SSA - SSEA - SSB - SSEB$$

F 검정은 A, B, AB 의 각각에 해당하는 잔차로서 검정하며, 처리 평균간 비교를 위한 표준오차는 다음과 같다.

A 의 수준평균간 차의 표준오차 $=\sqrt{2\,MSEA/br}$

B 의 수준평균간 차의 표준오차 $=\sqrt{2\,MSEB/ar}$

*동일 B 수준에서의 A 평균간 차의 표준오차 $=\sqrt{2\{MSEA+(b-1)MSEC\}/br}$

*동일 A 수준에서의 B 평균간 차의 표준오차 $=\sqrt{2\{MSEB+(a-1)MSEC\}/ar}$

*이 경우의 자유도는 분할구배치법에서와 같은 방법으로 계산한다.

```
10  REM FILE NAME : STRIP
20  REM STRIP-PLOT DESIGN WITH RB
30  DIM X(10,10,10),TA(10),TB(10),BL(10),AR(10,10),BR(10,10),
     AB(10,10)
40  INPUT "NUMBER OF A LEVEL?";NA
50  INPUT "NUMBER OF B LEVEL?";NB
60  INPUT "NUMBER OF BLOCK?";M
70  FOR I = 1 TO NA
80  FOR J = 1 TO NB
90  FOR K = 1 TO M
100  PRINT "A ";I;"  B ";J;"  C ";K;
110  INPUT X(I,J,K)
120  NEXT K
130  NEXT J
140  NEXT I
150 S1 = 0
160 S2 = 0
170 S3 = 0
180 S4 = 0
```

```
190 S5 = 0
200 S6 = 0
210 S7 = 0
220 GT = 0
230  FOR I = 1 TO NA
240 TA(I) = 0
250  FOR J = 1 TO NB
260 AB(I,J) = 0
270  NEXT J
280  NEXT I
290  FOR J = 1 TO NB
300 TB(J) = 0
310  FOR K = 1 TO M
320 BR(J,K) = 0
330  NEXT K
340  NEXT J
350  FOR K = 1 TO M
360 BL(K) = 0
370  FOR I = 1 TO NA
380 AR(I,K) = 0
390  NEXT I
400  NEXT K
410  FOR I = 1 TO NA
420  FOR J = 1 TO NB
430  FOR K = 1 TO M
440 XX = X(I,J,K)
450 AB(I,J) = AB(I,J) + XX
460 AR(I,K) = AR(I,K) + XX
470 BR(J,K) = BR(J,K) + XX
480 TA(I) = TA(I) + XX
490 TB(J) = TB(J) + XX
500 BL(K) = BL(K) + XX
510 GT = GT + XX
520 S1 = S1 + XX * XX
530  NEXT K
540  NEXT J
550  NEXT I
560  FOR K = 1 TO M
570 S2 = S2 + BL(K) * BL(K)
580  FOR I = 1 TO NA
590 S4 = S4 + AR(I,K) * AR(I,K)
600  NEXT I
610  NEXT K
620  FOR I = 1 TO NA
630 S3 = S3 + TA(I) * TA(I)
640  FOR J = 1 TO NB
650 S7 = S7 + AB(I,J) * AB(I,J)
660  NEXT J
670  NEXT I
680  FOR J = 1 TO NB
690 S5 = S5 + TB(J) * TB(J)
700  FOR K = 1 TO M
710 S6 = S6 + BR(J,K) * BR(J,K)
720  NEXT K
730  NEXT J
740 NN = NA * NB
750 NT = NN * M
760 CF = GT * GT / NT
```

```
770 S1 = S1 - CF
780 S2 = S2 / NN - CF
790 S3 = S3 / (NB * M) - CF
800 S4 = S4 / NB - CF - S2 - S3
810 S5 = S5 / (NA * M) - CF
820 S6 = S6 / NA - CF - S2 - S5
830 S7 = S7 / M - CF - S3 - S5
840 S8 = S1 - S2 - S3 - S4 - S5 - S6 - S7
850 D1 = NT - 1
860 D2 = M - 1
870 D3 = NA - 1
880 D4 = D2 * D3
890 D5 = NB - 1
900 D6 = D2 * D5
910 D7 = D3 * D5
920 D8 = D2 * D3 * D5
930  PR# 1
940  PRINT
950  PRINT
960  PRINT  TAB( 10);"STRIP PLOT DESIGN"
970  PRINT
980  PRINT "    INPUT DATA"
990  PRINT
1000  FOR I = 1 TO NA
1010  FOR J = 1 TO NB
1020  PRINT "A ";I;"  B ";J;
1030  FOR K = 1 TO M
1040  PRINT "   ";X(I,J,K);
1050  NEXT K
1060  PRINT
1070  NEXT J
1080  NEXT I
1090  PRINT
1100  PRINT "    BLOCK TOTAL"
1110  FOR K = 1 TO M
1120  PRINT "   ";BL(K);
1130  NEXT K
1140  PRINT
1150  PRINT
1160  PRINT "    GRAND TOTAL = ";GT;"    MEAN = ";GT / NT
1170  PRINT
1180  PRINT "    A FACTOR MEAN"
1190  FOR I = 1 TO NA
1200  PRINT "   ";TA(I) / (NB * M);
1210  NEXT I
1220  PRINT
1230  PRINT
1240  PRINT "    B FACTOR MEAN"
1250  FOR J = 1 TO NB
1260  PRINT "   ";TB(J) / (NA * M);
1270  NEXT J
1280  PRINT
1290  PRINT
1300  PRINT "    A X B MEAN"
1310  PRINT "A FACTOR / B FACTOR"
1320  FOR I = 1 TO NA
1330  FOR J = 1 TO NB
1340  PRINT "   ";AB(I,J) / M;
```

```
1350  NEXT J
1360  PRINT
1370  NEXT I
1380  PRINT
1390  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
1400  PRINT "SV";TAB( 12);"DF";TAB( 21);"SS";TAB( 36);"MS"
1410  PRINT "TOTAL";TAB( 12);D1;TAB( 19);S1
1420  PRINT "BLOCK";TAB( 12);D2;TAB( 19);S2;TAB( 34);S2/D2
1430  PRINT "  A";TAB( 12);D3;TAB( 19);S3;TAB( 34);S3/D3
1440  PRINT "ERROR A";TAB( 12);D4;TAB( 19);S4;TAB( 34);S4/D4
1450  PRINT
1460  PRINT "B";TAB( 12);D5;TAB( 19);S5;TAB( 34);S5/D5
1470  PRINT "ERROR B";TAB( 12);D6;TAB( 19);S6;TAB( 34);S6/D6
1480  PRINT
1490  PRINT "AB";TAB( 12);D7;TAB( 19);S7;TAB( 34);S7/D7
1500  PRINT "ERROR C";TAB( 12);D8;TAB( 19);S8;TAB( 34);S8/D8
1510  PR# 0
1520  GOTO 40
```

```
           STRIP PLOT DESIGN
       INPUT DATA
A 1   B 1   2373   3958   4384
A 1   B 2   4076   6431   4889
A 1   B 3   7254   6808   8582
A 2   B 1   4007   5795   5001
A 2   B 2   5630   7334   7177
A 2   B 3   7053   8284   6297
A 3   B 1   2620   4508   5621
A 3   B 2   4676   6672   7019
A 3   B 3   7666   7328   8611
A 4   B 1   2726   5630   3821
A 4   B 2   4838   7007   4816
A 4   B 3   6881   7735   6667
A 5   B 1   4447   3276   4582
A 5   B 2   5549   5340   6011
A 5   B 3   6880   5080   6076
A 6   B 1   2572   3724   3326
A 6   B 2   3896   2822   4425
A 6   B 3   1556   2706   3214

    BLOCK TOTAL
   84700    100438    100519
    GRAND TOTAL = 285657    MEAN = 5289.94444
    A FACTOR MEAN
   5417.22222  6286.44444  6080.11111  5569  5249  3137.88889
    B FACTOR MEAN
   4020.61111   5478.22222   6371
    A X B MEAN
A FACTOR / B FACTOR
   3571.66667   5132   7548
   4934.33334   6713.66667   7211.33334
   4249.66667   6122.33334   7868.33334
   4059   5553.66667   7094.33334
   4101.66667   5633.33334   6012
   3207.33333   3714.33333   2492
```

```
                ANALYSIS OF VARIANCE
   SV          DF         SS                  MS
 TOTAL         53      167005649
 BLOCK         2       9220962             4610481
   A           5       57100201            11420040.2
 ERROR A       10      14922620.5          1492262.05

   B           2       50676061.5          25338030.8
 ERROR B       4       2974908             743727

   AB          10      23877979.5          2387797.95
 ERROR C       20      8232916             411645.8
```

4·10 3요인 난괴법

난괴법에서 처리가 3개의 요인이 각각 2개 이상의 수준을 가지는 요인시험의 통계적 모형은 2요인 시험에서 요인 하나가 더 추가되는 외에는 2요인 난괴법의 경우와 같다. 이 경우의 통계적 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ijkl}=\mu+\alpha_i+\beta_j+\gamma_k+\rho_l+(\alpha\beta)_{ij}+(\alpha\gamma)_{ik}+(\beta\gamma)_{jk}+(\alpha\beta\gamma)_{ijk}+\epsilon_{ijkl}$$

식에서, μ : 전체 모평균, α_i : A 요인의 i 번째 수준효과, β_j : B 요인의 j 번째 수준효과, γ_k : C 요인의 k 번째 수준효과, ρ_l : l 번째 집구효과, $(\alpha\beta)_{ij}$: A와 B의 교호작용, $(\alpha\gamma)_{ik}$: A와 C의 교호작용, $(\beta\gamma)_{jk}$: B와 C의 교호작용, $(\alpha\beta\gamma)_{ijk}$: A와 B와 C의 교호작용, ϵ_{ijkl} : 임의변량$\sim N(0,\ \sigma^2)$

A 요인이 a 수준, B 요인이 b 수준, C 요인이 c 수준, 집구수가 r 인 경우의 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	$abcr-1$	SST		
집 구	$r-1$	SSR		
처 리	$abc-1$	$SSTR$		
A	$a-1$	SSA	MSA	MSA/MSE
B	$b-1$	SSB	MSB	MSB/MSE
C	$c-1$	SSC	MSC	MSC/MSE
AB	$(a-1)(b-1)$	$SSAB$	$MSAB$	$MSAB/MSE$
AC	$(a-1)(c-1)$	$SSAC$	$MSAC$	$MSAC/MSE$
BC	$(b-1)(c-1)$	$SSBC$	$MSBC$	$MSBC/MSE$
ABC	$(a-1)(b-1)(c-1)$	$SSABC$	$MSABC$	$MSABC/MSE$
잔 차	$(abc-1)(r-1)$	SSE	MSE	

$CF=Y^2_{....}/abcr$

$SST=\Sigma\Sigma\Sigma\Sigma Y^2_{ijkl}-CF$

$SSR=\Sigma Y^2_{...l}/abc-CF$

$SSTR=\Sigma\Sigma\Sigma Y^2_{ijk.}/r-CF$

$$SSA = \sum Y_{i\cdots}^2 / bcr - CF$$
$$SSB = \sum Y_{\cdot j \cdot\cdot}^2 / acr - CF$$
$$SSC = \sum Y_{\cdot\cdot k \cdot}^2 / abr - CF$$
$$SSAB = \sum\sum Y_{ij\cdot\cdot}^2 / cr - CF - SSA - SSB$$
$$SSAC = \sum\sum Y_{i\cdot k\cdot}^2 / br - CF - SSA - SSC$$
$$SSBC = \sum\sum Y_{\cdot jk\cdot}^2 / ar - CF - SSB - SSC$$
$$SSABC = SSTR - SSA - SSB - SSC - SSAB - SSAC - SSBC$$
$$SSE = SST - SSTR - SSR$$

처리효과에 대한 F검정 및 처리 평균의 표준오차 및 처리 평균간 차의 표준오차는 2요인시험의 경우와 같은 요령으로 계산한다.

```
10   REM FILE NAME : FACTORIAL2
20   REM ANOVA OF THREE FACTOR WITH RB DESIGN
30   DIM X(8,8,8,6),TA(8),TB(8),TC(8),BL(6),AB(8,8)
40   DIM AC(8,8),BC(8,8),TR(8,8,8)
50   INPUT "NUMBER OF A LEVEL?";NA
60   INPUT "NUMBER OF B LEVEL?";NB
70   INPUT "NUMBER OF C LEVEL?";NC
80   INPUT "NUMBER OF BLOCK?";M
90   FOR I = 1 TO NA
100   FOR J = 1 TO NB
110   FOR K = 1 TO NC
120   FOR L = 1 TO M
130   PRINT "A ";I;"  B ";J;"  C ";K;"  BLOCK ";L;
140   INPUT X(I,J,K,L)
150   NEXT L
160   NEXT K
170   NEXT J
180   NEXT I
190 NN = NA * NB * NC
200 NT = NN * M
210 S1 = 0
220 S2 = 0
230 S3 = 0
240 S4 = 0
250 S5 = 0
260 S6 = 0
270 S7 = 0
280 S8 = 0
290 S9 = 0
300 GT = 0
310   FOR I = 1 TO NA
320 TA(I) = 0
330   FOR J = 1 TO NB
340 AB(I,J) = 0
350   FOR K = 1 TO NC
360 TR(I,J,K) = 0
370   NEXT K
380   NEXT J
390   NEXT I
400   FOR J = 1 TO NB
410 TB(J) = 0
420   FOR K = 1 TO NC
430 BC(J,K) = 0
440   NEXT K
```

```
450  NEXT J
460  FOR K = 1 TO NC
470 TC(K) = 0
480  FOR I = 1 TO NA
490 AC(I,K) = 0
500  NEXT I
510  NEXT K
520  FOR L = 1 TO M
530 BL(L) = 0
540  NEXT L
550  FOR I = 1 TO NA
560  FOR J = 1 TO NB
570  FOR K = 1 TO NC
580  FOR L = 1 TO M
590 XX = X(I,J,K,L)
600 TR(I,J,K) = TR(I,J,K) + XX
610 AB(I,J) = AB(I,J) + XX
620 AC(I,K) = AC(I,K) + XX
630 BC(J,K) = BC(J,K) + XX
640 TA(I) = TA(I) + XX
650 TB(J) = TB(J) + XX
660 TC(K) = TC(K) + XX
670 BL(L) = BL(L) + XX
680 GT = GT + XX
690 S1 = S1 + XX * XX
700  NEXT L
710  NEXT K
720  NEXT J
730  NEXT I
740  FOR L = 1 TO M
750 S2 = S2 + BL(L) * BL(L)
760  NEXT L
770  FOR I = 1 TO NA
780 S4 = S4 + TA(I) * TA(I)
790  FOR J = 1 TO NB
800 S7 = S7 + AB(I,J) * AB(I,J)
810  FOR K = 1 TO NC
820 S3 = S3 + TR(I,J,K) * TR(I,J,K)
830  NEXT K
840  NEXT J
850  NEXT I
860  FOR J = 1 TO NB
870 S5 = S5 + TB(J) * TB(J)
880  FOR K = 1 TO NC
890 S9 = S9 + BC(J,K) * BC(J,K)
900  NEXT K
910  NEXT J
920  FOR K = 1 TO NC
930 S6 = S6 + TC(K) * TC(K)
940  FOR I = 1 TO NA
950 S8 = S8 + AC(I,K) * AC(I,K)
960  NEXT I
970  NEXT K
980 CF = GT * GT / NT
990 S1 = S1 - CF
1000 S2 = S2 / NN - CF
1010 S3 = S3 / M - CF
1020 S4 = S4 / (NB * NC * M) - CF
```

```
1030 S5 = S5 / (NA * NC * M) - CF
1040 S6 = S6 / (NA * NB * M) - CF
1050 S7 = S7 / (NC * M) - CF - S4 - S5
1060 S8 = S8 / (NB * M) - CF - S4 - S6
1070 S9 = S9 / (NA * M) - CF - S5 - S6
1080 S0 = S3 - S4 - S5 - S6 - S7 - S8 - S9
1090 SR = S1 - S2 - S3
1100 D1 = NT - 1
1110 D2 = M - 1
1120 D3 = NN - 1
1130 D4 = NA - 1
1140 D5 = NB - 1
1150 D6 = NC - 1
1160 D7 = D4 * D5
1170 D8 = D4 * D6
1180 D9 = D5 * D6
1190 D0 = D4 * D5 * D6
1200 DR = D2 * D3
1210  PR# 1
1220  PRINT
1230  PRINT
1240  PRINT "     INPUT DATA"
1250  PRINT
1260  FOR I = 1 TO NA
1270  FOR J = 1 TO NB
1280  FOR K = 1 TO NC
1290  PRINT "A ";I;"  B ";J;"  C ";K;
1300  FOR L = 1 TO M
1310  PRINT "    ";X(I,J,K,L);
1320  NEXT L
1330  PRINT
1340  NEXT K
1350  NEXT J
1360  NEXT I
1370  PRINT
1380  PRINT "     BLOCK TOTAL"
1390  FOR L = 1 TO M
1400  PRINT "    ";BL(L);
1410  NEXT L
1420  PRINT
1430  PRINT
1440  PRINT "     GRAND TOTAL = ";GT;"     MEAN = ";GT / NT
1450  PRINT
1460  PRINT "     A FACTOR MEAN"
1470  FOR I = 1 TO NA
1480  PRINT "    ";TA(I) / (NB * NC * M);
1490  NEXT I
1500  PRINT
1510  PRINT
1520  PRINT "     B FACTOR MEAN"
1530  FOR J = 1 TO NB
1540  PRINT "    ";TB(J) / (NA * NC * M);
1550  NEXT J
1560  PRINT
1570  PRINT
1580  PRINT "     C FACTOR MEAN"
1590  FOR K = 1 TO NC
1600  PRINT "    ";TC(K) / (NA * NB * M);
```

```
1610  NEXT K
1620  PRINT
1630  PRINT
1640  PRINT "     A X B MEAN"
1650  PRINT "A FACTOR / B FACTOR"
1660  FOR I = 1 TO NA
1670  FOR J = 1 TO NB
1680  PRINT "    ";AB(I,J) / (NC * M);
1690  NEXT J
1700  PRINT
1710  NEXT I
1720  PRINT
1730  PRINT "     A X C MEAN"
1740  PRINT "A FACTOR / C FACTOR"
1750  FOR I = 1 TO NA
1760  FOR I = 1 TO NA
1770  FOR K = 1 TO NC
1780  PRINT "    ";AC(I,K) / (NB * M);
1790  NEXT K
1800  PRINT
1810  NEXT I
1820  PRINT
1830  PRINT "     B X C MEAN"
1840  PRINT "B FACTOR / C FACTOR"
1850  FOR J = 1 TO NB
1860  FOR K = 1 TO NC
1870  PRINT "    ";BC(J,K) / (NA * M);
1880  NEXT K
1890  PRINT
1900  NEXT J
1910  PRINT
1920  PRINT "     A X B X C MEAN"
1930  PRINT "A AND B FACTOR / C FACTOR"
1940  FOR I = 1 TO NA
1950  FOR J = 1 TO NB
1960  PRINT "A ";I;"  B ";J;
1970  FOR K = 1 TO NC
1980  PRINT "    ";TR(I,J,K) / M;
1990  NEXT K
2000  PRINT
2010  NEXT J
2020  NEXT I
2030  PRINT
2040  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
2050  PRINT "SV";TAB( 12);"DF";TAB( 21);"SS";TAB( 36);"MS"
2060  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);D1; TAB( 19);S1
2070  PRINT "BLOCK"; TAB( 12);D2; TAB( 19);S2
2080  PRINT "TREATMENT";TAB(12);D3;TAB(19);S3;TAB(34);S3/D3
2090  PRINT "    A";TAB( 12);D4;TAD( 19);S4;TAB( 34);S4/D4
2100  PRINT "    B";TAB( 12);D5;TAB( 19);S5;TAB( 34);S5/D5
2110  PRINT "    C";TAB( 12);D6;TAB( 19);S6;TAB( 34);S6/D6
2120  PRINT "    AB";TAB( 12);D7;TAB( 19);S7;TAB( 34);S7/D7
2130  PRINT "    AC";TAB( 12);D8;TAB( 19);S8;TAB( 34);S8/D8
2140  PRINT "    BC";TAB( 12);D9;TAB( 19);S9;TAB( 34);S9/D9
2150  PRINT "    ABC";TAB(12);D0;TAB(19);S0;TAB(34);S0/D0
2160  PRINT "RESIDUAL";TAB(12);DR;TAB(19);SR;TAB(34);SR/DR
2170  PR# 0
2180  GOTO 50
```

```
     INPUT DATA

A 1   B 1   C 1    1.11    .97
A 1   B 1   C 2    1.52    1.45
A 1   B 2   C 1    1.09    .99
A 1   B 2   C 2    1.27    1.22
A 1   B 3   C 1    .85    1.21
A 1   B 3   C 2    1.67    1.24
A 2   B 1   C 1    1.3    1
A 2   B 1   C 2    1.55    1.53
A 2   B 2   C 1    1.03    1.21
A 2   B 2   C 2    1.24    1.34
A 2   B 3   C 1    1.12    .96
A 2   B 3   C 2    1.76    1.27
A 3   B 1   C 1    1.22    1.13
A 3   B 1   C 2    1.38    1.08
A 3   B 2   C 1    1.34    1.41
A 3   B 2   C 2    1.4    1.21
A 3   B 3   C 1    1.34    1.19
A 3   B 3   C 2    1.46    1.39
A 4   B 1   C 1    1.19    1.03
A 4   B 1   C 2    .8    1.29
A 4   B 2   C 1    1.36    1.16
A 4   B 2   C 2    1.42    1.39
A 4   B 3   C 1    1.46    1.03
A 4   B 3   C 2    1.62    1.27


      BLOCK TOTAL
     31.5    28.97

      GRAND TOTAL = 60.47     MEAN = 1.25979167

      A FACTOR MEAN
     1.21583333    1.27583333    1.29583333    1.25166667

      B FACTOR MEAN
     1.221875    1.255    1.3025

      C FACTOR MEAN
     1.15416667    1.36541667


      A X B MEAN
 A FACTOR / B FACTOR
     1.2625    1.1425    1.2425
     1.345    1.205    1.2775
     1.2025    1.34    1.345
     1.0775    1.3325    1.345

      A X C MEAN
 A FACTOR / C FACTOR
     1.03666667    1.395
     1.10333333    1.44833333
     1.27166667    1.32
     1.205    1.29833333
```

```
      B X C MEAN
B FACTOR / C FACTOR
   1.11875   1.325
   1.19875   1.31125
   1.145   1.46

      A X B X C MEAN
A AND B FACTOR / C FACTOR
A 1  B 1   1.04   1.485
A 1  B 2   1.04   1.245
A 1  B 3   1.03   1.455
A 2  B 1   1.15   1.54
A 2  B 2   1.12   1.29
A 2  B 3   1.04   1.515
A 3  B 1   1.175   1.23
A 3  B 2   1.375   1.305
A 3  B 3   1.265   1.425
A 4  B 1   1.11   1.045
A 4  B 2   1.26   1.405
A 4  B 3   1.245   1.445

                ANALYSIS OF VARIANCE
  SV         DF       SS              MS
TOTAL        47    2.04089788
BLOCK        1     .133352131
TREATMENT    23    1.27564794      .0554629538
   A         3     .0426563025     .0142187675
   B         2     .0525541604     .0262770802
   C         1     .535518765      .535518765
   AB        6     .254362464      .042393744
   AC        3     .239906222      .0799687405
   BC        2     .0821624994     .0410812497
   ABC       6     .068487525      .0114145875
RESIDUAL     23    .631897807      .0274738177
```

4·11 세세구배치법

세세구배치법(細細區配置法)은 분할구배치법에서 세구가 한 단계 더 내려가서 주구·세구·세세구로 나누어지며, 통계적 모형이나 분산분석은 분할구배치법에 세세구가 더 들어가는 것 외에는 차이가 없다.

$$Y_{ijkl}=\mu+\rho_i+\alpha_j+(\rho\alpha)_{ij}+\beta_k+(\alpha\beta)_{jk}+(\rho\alpha\beta)_{ijk}+\gamma_l+(\alpha\gamma)_{jl}+(\beta\gamma)_{kl}+(\alpha\beta\gamma)_{jkl}+\epsilon_{ijkl}$$

주구가 a, 세구가 b, 세세구가 c, 집구가 r 개로서 주구가 난괴법으로 배치된 경우의 분산분석표는 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	F
전 체	$abcr-1$	SST		
집 구	$r-1$	SSR	MSR	$MSR/MSEA$
주 구	$a-1$	SSA	MSA	$MSA/MSEA$
잔 차(주구)	$(a-1)(r-1)$	$SSEA$	$MSEA$	
세 구	$b-1$	SSB	MSB	$MSB/MSEB$
주 구×세 구	$(a-1)(b-1)$	$SSAB$	$MSAB$	$MSAB/MSEB$
잔 차(세구)	$a(b-1)(r-1)$	$SSEB$	$MSEB$	
세 세 구	$c-1$	SSC	MSC	$MSC/MSEC$
주 구×세 세 구	$(a-1)(c-1)$	$SSAC$	$MSAC$	$MSAC/MSEC$
세 구×세 세 구	$(b-1)(c-1)$	$SSBC$	$MSBC$	$MSBC/MSEC$
주구×세구×세세구	$(a-1)(b-1)(c-1)$	$SSABC$	$MSABC$	$MSABC/MSEC$
잔 차(세세구)	$ab(c-1)(r-1)$	$SSEC$	$MSEC$	

$CF = Y^2_{....}/abcr$

$SSR = \sum Y^2_{i...}/abc - CF$

$SSA = \sum Y^2_{.j..}/bcr - CF$

$SSEA = \sum\sum Y^2_{ij..}/bc - CF - SSR - SSA$

$SSB = \sum Y^2_{..k.}/acr - CF$

$SSAB = \sum Y^2_{.jk.}/cr - CF - SSA - SSB$

$SSEB = \sum Y^2_{ijk.}/c - CF - SSR - SSA - SSEA - SSB - SSAB$

$SSC = \sum Y^2_{...l}/abr - CF$

$SSAC = \sum Y^2_{.j.l}/br - CF - SSA - SSC$

$SSBC = \sum Y^2_{..kl}/ar - CF - SSB - SSC$

$SSABC = \sum Y^2_{.jkl}/r - CF - SSA - SSB - SSC - SSAB - SSAC - SSBC$

$SSEC = SST - SSR - SSA - SSEA - SSB - SSAB - SSEA - SSC - SSAC - SSABC$

처리 평균간 차의 표준오차는 여러 가지 경우에 따라 달리 추정된다(통계책 참조).

```
10  REM FILE NAME : SPLITSPLIT2
20  REM SPLIT SPLIT PLOT DESIGN WITH RB
30  DIM X(7,7,7,6),TA(7),TB(7),TC(7),BL(6),AB(7,7)
40  DIM AC(7,7),BC(7,7),AR(7,6),BR(7,7,6),TR(7,7,7)
50  INPUT "NUMBER OF MAIN A LEVEL?";NA
60  INPUT "NUMBER OF SUB B LEVEL?";NB
70  INPUT "NUMBER OF SUBSUB C LEVEL?";NC
80  INPUT "NUMBER OF BLOCK?";M
90  FOR I = 1 TO NA
100  FOR J = 1 TO NB
110  FOR K = 1 TO NC
120  FOR L = 1 TO M
130  PRINT "A ";I;"  B ";J;"  C ";K;"  BLOCK ";L;
140  INPUT X(I,J,K,L)
150  NEXT L
160  NEXT K
170  NEXT J
180  NEXT I
190 S1 = 0
200 S2 = 0
```

```
210 S3 = 0
220 S4 = 0
230 S5 = 0
240 S6 = 0
250 S7 = 0
260 S8 = 0
270 S9 = 0
280 S0 = 0
290 V1 = 0
300 GT = 0
310  FOR I = 1 TO NA
320 TA(I) = 0
330  FOR J = 1 TO NB
340 AB(I,J) = 0
350  FOR K = 1 TO NC
360 TR(I,J,K) = 0
370  NEXT K
380  NEXT J
390  NEXT I
400  FOR J = 1 TO NB
410 TB(J) = 0
420  FOR K = 1 TO NC
430 BC(J,K) = 0
440  NEXT K
450  NEXT J
460  FOR K = 1 TO NC
470 TC(K) = 0
480  FOR I = 1 TO NA
490 AC(I,K) = 0
500  NEXT I
510  NEXT K
520  FOR L = 1 TO M
530 BL(L) = 0
540  FOR I = 1 TO NA
550 AR(I,L) = 0
560  FOR J = 1 TO NB
570 BR(I,J,L) = 0
580  NEXT J
590  NEXT I
600  NEXT L
610  FOR I = 1 TO NA
620  FOR J = 1 TO NB
630  FOR K = 1 TO NC
640  FOR L = 1 TO M
650 XX = X(I,J,K,L)
660 TR(I,J,K) = TR(I,J,K) + XX
670 BR(I,J,L) = BR(I,J,L) + XX
680 AB(I,J) = AB(I,J) + XX
690 AC(I,K) = AC(I,K) + XX
700 BC(J,K) = BC(J,K) + XX
710 AR(I,L) = AR(I,L) + XX
720 TA(I) = TA(I) + XX
730 TB(J) = TB(J) + XX
740 TC(K) = TC(K) + XX
750 BL(L) = BL(L) + XX
760 GT = GT + XX
770 S1 = S1 + XX * XX
780  NEXT L
```

```
790  NEXT K
800  NEXT J
810  NEXT I
820  FOR L = 1 TO M
830 S2 = S2 + BL(L) * BL(L)
840  FOR I = 1 TO NA
850 S4 = S4 + AR(I,L) * AR(I,L)
860  FOR J = 1 TO NB
870 S7 = S7 + BR(I,J,L) * BR(I,J,L)
880  NEXT J
890  NEXT I
900  NEXT L
910  FOR I = 1 TO NA
920 S3 = S3 + TA(I) * TA(I)
930  FOR J = 1 TO NB
940 S6 = S6 + AB(I,J) * AB(I,J)
950  FOR K = 1 TO NC
960 V1 = V1 + TR(I,J,K) * TR(I,J,K)
970  NEXT K
980  NEXT J
990  NEXT I
1000  FOR J = 1 TO NB
1010 S5 = S5 + TB(J) * TB(J)
1020  FOR K = 1 TO NC
1030 S0 = S0 + BC(J,K) * BC(J,K)
1040  NEXT K
1050  NEXT J
1060  FOR K = 1 TO NC
1070 S8 = S8 + TC(K) * TC(K)
1080  FOR I = 1 TO NA
1090 S9 = S9 + AC(I,K) * AC(I,K)
1100  NEXT I
1110  NEXT K
1120 NN = NA * NB * NC
1130 NT = NN * M
1140 CF = GT * GT / NT
1150 S1 = S1 - CF
1160 S2 = S2 / NN - CF
1170 S3 = S3 / (NB * NC * M) - CF
1180 S4 = S4 / (NB * NC) - CF - S2 - S3
1190 S5 = S5 / (NA * NC * M) - CF
1200 S6 = S6 / (NC * M) - CF - S3 - S5
1210 S7 = S7 / NC - CF - S2 - S3 - S4 - S5 - S6
1220 S8 = S8 / (NA * NB * M) - CF
1230 S9 = S9 / (NB * M) - CF - S3 - S8
1240 S0 = S0 / (NA * M) - CF - S5 - S8
1250 V1 = V1 / M - CF - S3 - S5 - S8 - S6 - S9 - S0
1260 V2 = S1 - S2 - S3 - S4 - S5 - S6 - S7 - S8 - S9 - SC  V1
1270 D1 = NT - 1
1280 D2 = M - 1
1290 D3 = NA - 1
1300 D4 = D2 * D3
1310 D5 = NB - 1
1320 D6 = D3 * D5
1330 D7 = NA * D5 * D2
1340 D8 = NC - 1
1350 D9 = D8 * D3
1360 D0 = D8 * D5
```

```
1370 E1 = D8 * D5 * D3
1380 E2 = NA * NB * D8 * D2
1390  PR# 1
1400  PRINT
1410  PRINT
1420  PRINT  TAB( 10);"SPLIT SPLIT PLOT DESIGN"
1430  PRINT
1440  PRINT "     INPUT DATA"
1450  PRINT
1460  FOR I = 1 TO NA
1470  FOR J = 1 TO NB
1480  FOR K = 1 TO NC
1490  PRINT "A ";I;"  B ";J;"  C ";K;
1500  FOR L = 1 TO M
1510  PRINT "    ";X(I,J,K,L);
1520  NEXT L
1530  PRINT
1540  NEXT K
1550  NEXT J
1560  NEXT I
1570  PRINT
1580  PRINT "     BLOCK TOTAL"
1590  FOR I = 1 TO M
1600  PRINT "    ";BL(I);
1610  NEXT I
1620  PRINT
1630  PRINT
1640  PRINT "     GRAND TOTAL = ";GT;"     MEAN = ";GT / NT
1650  PRINT
1660  PRINT "     MAIN A MEAN"
1670  FOR I = 1 TO NA
1680  PRINT "    ";TA(I) / (NB * NC * M);
1690  NEXT I
1700  PRINT
1710  PRINT
1720  PRINT "     SUB B MEAN"
1730  FOR J = 1 TO NB
1740  PRINT "    ";TB(J) / (NA * NC * M);
1750  NEXT J
1760  PRINT
1770  PRINT
1780  PRINT "     SUB-SUB C MEAN"
1790  FOR K = 1 TO NC
1800  PRINT "    ";TC(K) / (NA * NB * M);
1810  NEXT K
1820  PRINT
1830  PRINT
1840  PRINT "     A X B MEAN"
1850  PRINT "A FACTOR / B FACTOR"
1860  FOR I = 1 TO NA
1870  FOR J = 1 TO NB
1880  PRINT "    ";AB(I,J) / (NC * M);
1890  NEXT J
1900  PRINT
1910  NEXT I
1920  PRINT
1930  PRINT "     A X C MEAN"
1940  PRINT "A FACTOR / C FACTOR"
```

```
1950  FOR I = 1 TO NA
1960  FOR K = 1 TO NC
1970  PRINT "    ";AC(I,K) / (NB * M);
1980  NEXT K
1990  PRINT
2000  NEXT I
2010  PRINT
2020  PRINT "     B X C MEAN"
2030  PRINT "B FACTOR / C FACTOR"
2040  FOR J = 1 TO NB
2050  FOR K = 1 TO NC
2060  PRINT "    ";BC(J,K) / (NA * M);
2070  NEXT K
2080  PRINT
2090  NEXT J
2100  PRINT
2110  PRINT "     TREATMENT MEAN"
2120  PRINT "A AND B FACTOR / C FACTOR"
2130  FOR I = 1 TO NA
2140  FOR J = 1 TO NB
2150  PRINT "A ";I;"   B ";J;
2160  FOR K = 1 TO NC
2170  PRINT "    ";TR(I,J,K) / M;
2180  NEXT K
2190  PRINT
2200  NEXT J
2210  NEXT I
2220  PRINT
2230  PRINT  TAB( 15);"ANALYSIS OF VARIANCE"
2240  PRINT "  SV"; TAB( 12);"DF"; TAB( 21);"SS"; TAB( 36)
       ;"MS"
2250  PRINT "TOTAL"; TAB( 12);D1; TAB( 19);S1
2260  PRINT "BLOCK"; TAB( 12);D2; TAB( 19);S2; TAB( 34);S2
       / D2
2270  PRINT "  A"; TAB( 12);D3; TAB( 19);S3; TAB( 34);S3 /
       D3
2280  PRINT "ERROR A"; TAB( 12);D4; TAB( 19);S4; TAB( 34);
       S4 / D4
2290  PRINT
2300  PRINT "  B"; TAB( 12);D5; TAB( 19);S5; TAB( 34);S5 /
       D5
2310  PRINT "  AB"; TAB( 12);D6; TAB( 19);S6; TAB( 34);S6/
       D6
2320  PRINT "ERROR B"; TAB( 12);D7; TAB( 19);S7; TAB( 34);
       S7 / D7
2330  PRINT
2340  PRINT "  C"; TAB( 12);D8; TAB( 19);S8; TAB( 34);S8 /
       D8
2350  PRINT "  AC"; TAB( 12);D9; TAB( 19);S9; TAB( 34);S9/
       D9
2360  PRINT "  BC"; TAB( 12);D0; TAB( 19);S0; TAB( 34);S0/
       D0
2370  PRINT "  ABC"; TAB( 12);E1; TAB( 19);V1; TAB( 34);V1
       / E1
2380  PRINT "ERROR C"; TAB( 12);E2; TAB( 19);V2; TAB( 34);
       V2 / E2
2390  PR# 0
2400  GOTO 50
```

```
          SPLIT SPLIT PLOT DESIGN

     INPUT DATA
A 1  B 1  C 1   90   83   85   86
A 1  B 1  C 2   95   80   88   78
A 1  B 1  C 3   107   95   88   89
A 1  B 2  C 1   92   98   112   79
A 1  B 2  C 2   89   98   104   86
A 1  B 2  C 3   92   106   81   87
A 1  B 3  C 1   81   74   82   85
A 1  B 3  C 2   92   81   78   89
A 1  B 3  C 3   93   74   94   83
A 2  B 1  C 1   80   102   60   73
A 2  B 1  C 2   87   109   104   114
A 2  B 1  C 3   100   105   114   114
A 2  B 2  C 1   121   99   90   109
A 2  B 2  C 2   110   94   118   131
A 2  B 2  C 3   119   123   113   126
A 2  B 3  C 1   78   136   119   116
A 2  B 3  C 2   98   133   122   136
A 2  B 3  C 3   122   132   136   133

     BLOCK TOTAL
   1746   1822   1788   1814
     GRAND TOTAL = 7170     MEAN = 99.5833334
     MAIN A MEAN
   88.7222222   110.444444
     SUB B MEAN
   92.75   103.208333   102.791667
     SUB-SUB C MEAN
   92.9166667   100.583333   105.25

     A X B MEAN
A FACTOR / B FACTOR
   88.6666667   93.6666667   83.8333334
   96.8333334   112.75   121.75

     A X C MEAN
A FACTOR / C FACTOR
   87.25   88.1666667   90.75
   98.5833334   113   119.75

     B X C MEAN
B FACTOR / C FACTOR
   82.375   94.375   101.5
   100   103.75   105.875
   96.375   103.625   108.375

     TREATMENT MEAN
A AND B FACTOR / C FACTOR
A 1  B 1   86   85.25   94.75
A 1  B 2   95.25   94.25   91.5
A 1  B 3   80.5   85   86
A 2  B 1   78.75   103.5   108.25
A 2  B 2   104.75   113.25   120.25
A 2  B 3   112.25   122.25   130.75
```

ANALYSIS OF VARIANCE

SV	DF	SS	MS
TOTAL	71	24029.5	
BLOCK	3	195.277832	65.0926107
A	1	8493.38892	8493.38892
ERROR A	3	1372.61108	457.537028
B	2	1683.08325	841.541626
AB	2	2717.86108	1358.93054
ERROR B	12	2694.61108	224.550924
C	2	1861.33325	930.666626
AC	2	1023.44458	511.72229
BC	4	359.333496	89.833374
ABC	4	253.05542	63.263855
ERROR C	36	3375.5	93.7638889

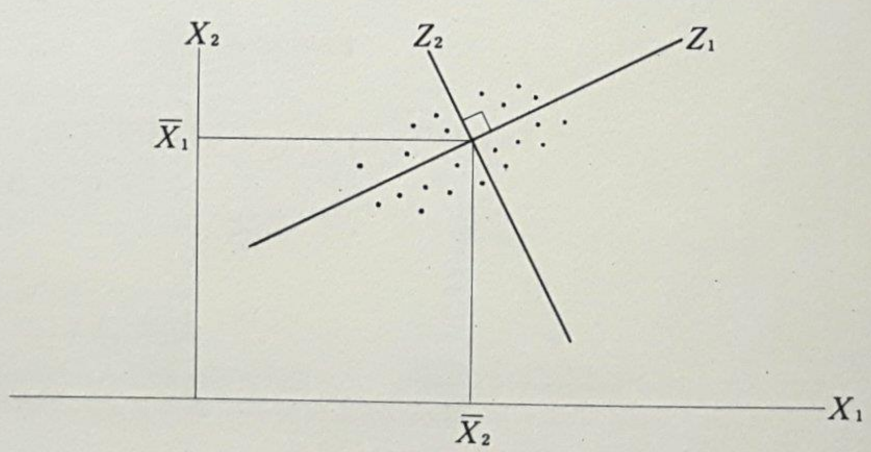
5. 다변량 및 Cluster 분석

5·1 주성분분석

주성분분석(主成分分析)은 다변량해석법(多變量解析法)의 한가지 방법으로서 관련된 많은 변량들을 직교화시켜 무상관의 주성분으로 바꾸는 방법인데, 이 성분은 다음과 같은 선형식(線型式)으로 나타낼 수 있다.

$$Z = l_1x_1 + l_2x_2 + \cdots\cdots + l_nx_n$$

예를 들어 2개의 변량 X_1과 X_2의 각 표본치를 그림으로 나타낸 결과 다음과 같았다고 하자.



이 그림에서 보는 바와 같이 X_1과 X_2 두 변량이 위치하는 좌표에서 X_1과 X_2가 서로 무상관이 되게 서로 직각인 새로운 좌표축 Z_1과 Z_2를 얻을 수 있는데, 이때 분산이 가장 큰 쪽을 제 **1** 주성분(Z_1)이라 하고, 다음으로 큰 쪽을 제 **2** 주성분(Z_2)이라 한다. 따라서, m개의 변량이 있을 경우 m개의 주성분이 있게 된다.

$$Z_1 = l_{11}X_1 + l_{12}X_2 \qquad (l_{11}^2 + l_{12}^2 = 1)$$
$$Z_2 = l_{21}X_1 + l_{22}X_2 \qquad (l_{21}^2 + l_{22}^2 = 1)$$

X_1과 X_2 간의 분산·공분산행렬

$$\begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{pmatrix}$$

에서 $V_{(z1)} = l_1^2 V_{11} + l_2^2 V_{22} + 2\,l_1 l_2 V_{12}$가 되며 $Q = l_1^2 V_{11} + l_2^2 V_{22} + 2\,l_1 l_2 V_{12} - \lambda_1(l_1^2 + l_2^2 - 1)$이 최대가 되게 하기 위하여 l_1과 l_2에 대해 편미분하여 0으로 놓으면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$(V_{11}-\lambda_1)l_1+V_{12}l_2=0$$
$$V_{12}l_1+(V_{22}-\lambda_1)l_2=0$$

의 관계식에서 양변에 각각 l_1과 l_2를 곱하여 합하면 다음과 같다.

$$l_1(V_{11}l_1+V_{12}l_2)+l_2(V_{12}l_1+V_{22}l_2)=\lambda_1(l_1^2+l_2^2)=\lambda_1 \quad (\because \ l_1^2+l_2^2=1)$$

따라서,

$$V(Z_1)=\lambda_1$$
$$V(Z_2)=\lambda_2$$
$$\mathrm{Cov}\ (Z_1, Z_2)=0$$

이고, Z_1과 Z_2의 상관계수는 다음과 같다.

$$r_{12}=\mathrm{Cov}\ (Z_1, Z_2)/\sqrt{\lambda_1\lambda_2}=0$$

본프로그램에서의 고유치와 고유벡터의 계산과정은 앞에서 설명한 바와 같다(2·4 행렬의 고유치와 고유벡터 참조).

각 형질의 주성분에 대한 인자부하량(因子負荷量)은 각 형질의 값을 평균=0, 분산=1로 표준화한 성적 X'에 고유벡터를 곱하면 얻어진다.

$$P_{ij}=\sum X'_{ik}V_{kj}$$

또, 각 주성분의 기여율은 $\lambda_i/\sum\lambda_i$로 계산된다.

```
10   REM FILE NAME : PCA
20   REM PRICIPAL COMPONENT ANALYSIS OF COVARIANCE OR CORRELATION
      MATRIX
30   DIM X(100,20),R(20,20),RR(20,20),V(20,20),LA(20),S(20,20)
35   DIM U1(20),UN(20),PP(20),T(20),SD(20)
40   INPUT "NUMBER OF VARIABLE?";M
50   INPUT "NUMBER OF SAMPLE?";N
60   INPUT "TYPE 1 (COVARIANCE) OR 2 (CORRELATION)?";A
70   IF A = 1 OR A = 2 GOTO 80
75   GOTO 60
80   INPUT "NUMBER OF LATENT REQUIRED?";MR
90   FOR I = 1 TO N
100   FOR J = 1 TO M
110   PRINT "SAMPLE ";I;"  VARIABLE ";J;
120   INPUT X(I,J)
130   NEXT J
140   NEXT I
150   FOR I = 1 TO M
160 T(I) = 0
170   FOR JJ = 1 TO N
180 T(I) = T(I) + X(JJ,I)
190   NEXT JJ
200   NEXT I
210   FOR I = 1 TO M
220   FOR J = I TO M
230 S(I,J) = 0
240   FOR K = 1 TO N
250 S(I,J) = S(I,J) + X(K,I) * X(K,J)
260   NEXT K
270 S(I,J) = (S(I,J) - T(I) * T(J) / N) / (N - 1)
275 S(J,I) = S(I,J)
```

```
280  NEXT J
285 SD(I) = S(I,I)
290  NEXT I
300  FOR I = 1 TO M
310  FOR J = I TO M
320 R(I,J) = S(I,J) /  SQR (SD(I) * SD(J))
330 R(J,I) = R(I,J)
340  NEXT J
350  NEXT I
360  PR# 1
370  PRINT
380  PRINT
390  PRINT
400  PRINT "    INPUT DATA"
401  PRINT
410  FOR I = 1 TO N
420  PRINT "SAMPLE ";I;
430  FOR J = 1 TO M
440  PRINT "   ";X(I,J);
450  NEXT J
460  PRINT
470  NEXT I
480  PRINT
490  PRINT "TOTAL    ";
500  FOR I = 1 TO M
510  PRINT "   ";T(I);
520  NEXT I
525  FOR I = 1 TO M
526 T(I) = T(I) / N
527 SD(I) =  SQR (SD(I))
528  NEXT I
530  PRINT
540  PRINT
550  PRINT "    VARIANCE AND COVARIANCE"
551  PRINT
560  FOR I = 1 TO M
570  FOR J = 1 TO M
580  PRINT "   ";S(I,J);
590  NEXT J
600  PRINT
610  NEXT I
620  PRINT
630  PRINT "    CORRELATION MATRIX"
631  PRINT
640  FOR I = 1 TO M
650  FOR J = 1 TO M
660  PRINT "   ";R(I,J);
670  NEXT J
680  PRINT
690  NEXT I
700  PRINT
710  IF A = 2 GOTO 790
720  PRINT "   PCA FROM COVARIANCE"
721  PRINT
730  FOR I = 1 TO M
740  FOR J = 1 TO M
750 RR(I,J) = S(I,J)
760  NEXT J
```

```
770  NEXT I
780  GOTO 850
790  PRINT "     PCA FROM CORRELATION MATRIX"
791  PRINT
800  FOR I = 1 TO M
810  FOR J = 1 TO M
820 RR(I,J) = R(I,J)
830  NEXT J
840  NEXT I
850 TR = 0
860  FOR I = 1 TO M
870 TR = TR + RR(I,I)
880  NEXT I
890 MM = M - 1
900  FOR I = 1 TO MM
910 PI = RR(I,I)
920 IM = I
930 JM = I
940  FOR J = I TO M
950  FOR K = I TO M
960  IF  ABS (PI) >  =  ABS (RR(J,K)) GOTO 1000
970 PI = RR(J,K)
980 IM = J
990 JM = K
1000  NEXT K
1010  NEXT J
1020  IF  ABS (PI) >  = 0.00000001 GOTO 1050
1030 DE = 0
1040  GOTO 1300
1050  IF IM = I GOTO 1110
1060  FOR J = I TO M
1070 TE =  - RR(IM,J)
1080 RR(IM,J) = RR(I,J)
1090 RR(I,J) = TE
1100  NEXT J
1110  IF JM = I GOTO 1170
1120  FOR J = I TO M
1130 TE =  - RR(J,JM)
1140 RR(J,JM) = RR(J,I)
1150 RR(J,I) = TE
1160  NEXT J
1170  FOR J = I TO MM
1180 FA = RR(J + 1,I) / RR(I,I)
1190  FOR K = I TO M
1200 DI = RR(J + 1,K) - RR(I,K) * FA
1210  IF  ABS(DI) <=0.00000001*ABS(RR(J+1,K)) THEN DI=0
1220 RR(J + 1,K) = DI
1230  NEXT K
1240  NEXT J
1250  NEXT I
1260 DE = 1
1270  FOR I = 1 TO M
1280 DE = DE * RR(I,I)
1290  NEXT I
1300  PRINT
1310  PRINT "TRACE =";TR
1320  PRINT "DETERMINANT =";DE
1330  IF A = 2 GOTO 1400
```

```
1340  FOR I = 1 TO M
1350  FOR J = 1 TO M
1360 RR(I,J) = S(I,J)
1370  NEXT J
1380  NEXT I
1390  GOTO 1450
1400  FOR I = 1 TO M
1410  FOR J = 1 TO M
1420 RR(I,J) = R(I,J)
1430  NEXT J
1440  NEXT I
1450  FOR K = 1 TO MR
1460  FOR J = 1 TO M
1470 U1(J) = 0
1480  FOR I = 1 TO M
1490 U1(J) = U1(J) + RR(I,J)
1500  NEXT I
1510  NEXT J
1520 UM =  ABS (U1(1))
1530  FOR I = 2 TO M
1540  IF UM >  =  ABS (U1(I)) GOTO 1560
1550 UM =  ABS (U1(I))
1560  NEXT I
1570  FOR I = 1 TO M
1580 U1(I) = U1(I) / UM
1590  NEXT I
1600 NC = 0
1610 NC = NC + 1
1620  IF NC <  = 1000 GOTO 1670
1630  PRINT
1640  PRINT "VECTOR ";K;" FAILED TO CONVERGE"
1650 MR = K - 1
1660  GOTO 2090
1670  FOR I = 1 TO M
1680 UN(I) = 0
1690  FOR J = 1 TO M
1700 UN(I) = UN(I) + RR(I,J) * U1(J)
1710  NEXT J
1720  NEXT I
1730 UK =  ABS (UN(1))
1740  FOR I = 2 TO M
1750  IF UK >  =  ABS (UN(I)) GOTO 1770
1760 UK =  ABS (UN(I))
1770  NEXT I
1780  IF UK > 0.00000001 GOTO 1830
1790  PRINT
1800  PRINT "WORKING VECTOR";K;
1801  PRINT "WITH MAXIMUM ELEMENT LESS THAN 0.00000001"
1810 MR = K - 1
1820  GOTO 2090
1830  FOR I = 1 TO M
1840 UN(I) = UN(I) / UK
1850  NEXT I
1860  FOR I = 1 TO M
1870  IF  ABS (U1(I) - UN(I)) < 0.00000001 GOTO 1920
1880  FOR J = 1 TO M
1890 U1(J) = UN(J)
1900  NEXT J
```

```
1910  GOTO 1610
1920  NEXT I
1930 LA(K) = UK
1940 DE = 0
1950  FOR I = 1 TO M
1960 DE = DE + UN(I) * UN(I)
1970  NEXT I
1980 DE =  SQR (DE)
1990  FOR I = 1 TO M
2000 V(I,K) = UN(I) / DE
2010  NEXT I
2020  IF K = MR GOTO 2090
2030  FOR I = 1 TO M
2040  FOR J = 1 TO M
2050 RR(I,J) = RR(I,J) - V(I,K) * V(J,K) * UK
2060  NEXT J
2070  NEXT I
2080  NEXT K
2090  IF MR = 0 GOTO 2250
2100  PRINT
2110  PRINT "    LATENT ROOTS"
2111  PRINT
2120  FOR I = 1 TO MR
2130  PRINT "   ";LA(I);
2140  NEXT I
2150  PRINT
2160  PRINT
2170  PRINT "    LATENT VECTORS"
2171  PRINT
2172  PRINT "VARIABLE / COMPONENT"
2180  FOR I = 1 TO M
2190  FOR J = 1 TO MR
2200  PRINT "   ";V(I,J);
2210  NEXT J
2220  PRINT
2230  NEXT I
2232  FOR I = 1 TO N
2233  FOR J = 1 TO M
2234 X(I,J) = (X(I,J) - T(J)) / SD(J)
2235  NEXT J
2236  NEXT I
2240  GOTO 2270
2250  PRINT "MR = 0"
2260  STOP
2270  PRINT
2280  PRINT "    PRICIPAL COMPONENTS"
2281  PRINT
2282  PRINT "SAMPLE / COMPONENT"
2300  FOR II = 1 TO N
2310  FOR JJ = 1 TO MR
2320 PP(JJ) = 0
2330  FOR KK = 1 TO M
2340 PP(JJ) = PP(JJ) + X(II,KK) * V(KK,JJ)
2350  NEXT KK
2360  NEXT JJ
2370  FOR LL = 1 TO MR
2380  PRINT "   ";PP(LL);
2390  NEXT LL
```

```
2400  PRINT
2410  NEXT II
2420  FOR I = 1 TO MR
2430 LA(I) = LA(I) * 100 / TR
2440  NEXT I
2450  PRINT
2460  PRINT "    PERCENTAGE VARIANCE"
2461  PRINT
2470  FOR I = 1 TO MR
2480  PRINT "    ";LA(I);
2490  NEXT I
2495  PRINT
2500  PR# 0
2510  GOTO 40
```

```
     INPUT DATA

 SAMPLE 1    3.1    14.2    7.3
 SAMPLE 2    16    21.2    5.8
 SAMPLE 3    20.8    30.5    7.6
 SAMPLE 4    5.2    17.3    8.1
 SAMPLE 5    5    15.1    1.9

 TOTAL       50.1    98.3    30.7


     VARIANCE AND COVARIANCE

    62.072    49.5284999    4.37899997
    49.5284999    44.0129999    5.9195
    4.37899997    5.9195    6.353

     CORRELATION MATRIX

    1    .947582038    .220514751
    .947582038    1    .354001507
    .220514751    .354001507    .999999999

     PCA FROM CORRELATION MATRIX


 TRACE =3
 DETERMINANT =.0760858072

     LATENT ROOTS

    2.09842631    .85938233


     LATENT VECTORS

 VARIABLE / COMPONENT
    .651445317    -.322857663
    .674152809    -.16880821
    .348047393    .931271559

     PRICIPAL COMPONENTS
```

```
SAMPLE / COMPONENT
  -.966835859    .851098633
  .604001686    -.40986287
  2.19448852    -.178143918
  -.367713606    .981744011
  -1.46394074   -1.24483586

  PERCENTAGE VARIANCE

  69.9475437   28.6460777
```

5·2 Hotelling 의 T^2 과 판별함수

독립적인 두 군(群)의 단변량 평균간 차의 검정은 t 검정에 의하지만, 다변량 평균간 차의 검정은 Hotelling 의 T^2 검정에 의한다.

p 개의 변량을 가진 두 군의 평균이 각각

$$\mu_1=(\mu_{11} \quad \mu_{12} \cdots\cdots\cdots \mu_{1p})$$
$$\mu_2=(\mu_{21} \quad \mu_{22} \cdots\cdots\cdots \mu_{2p})$$

일 때 검정 가설은

$$H_0 : \mu_1=\mu_2$$
$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$$

두 군의 표본수가 각각 n_1 과 n_2 일 때 T^2 은

$$T^2_{(p,\ n_1+n_2-2)}=\left(\frac{n_1 n_2}{n_1+n_2}\right)D^2$$

$$D^2=(d_1 \quad d_2 \cdots\cdots\cdots d_p)\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots\cdots\cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots\cdots\cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \cdots\cdots\cdots & s_{pp} \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_p \end{pmatrix}$$

$$=(a_1 \quad a_2 \cdots\cdots\cdots a_p)\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_p \end{pmatrix}$$

$$a=ds^{-1}$$

식에서, d : 두 군의 각 변량 평균간 차의 벡터, s^{-1} : 변량간 공통분산·공분산행렬의 역행렬

여기에서 계산된 T^2 은 자유도 $(p,\ n_1+n_2-1)$ 의 T^2 표의 수치와 비교하여 계산된 T^2 이 크면 귀무가설(歸無假說)을 기각한다.

T^2 표가 없을 경우에는

$$F_{(p,\ n-p)}=\left(\frac{n-p}{p(n-1)}\right)nD^2$$

의 관계식을 이용하여 F 분포표를 사용할 수도 있다.

〈예〉 두 처리가 각각 2 개의 형질을 가지는 경우를 보자.

처리 1		처리 2	
형질 1(Y_{11})	형질 2(Y_{12})	형질 1(Y_{21})	형질 2(Y_{22})
33	60	35	57
36	61	36	59
35	64	38	59
38	63	39	61
40	65	41	63
		43	65
		41	59
계 182	313	213	423
평 균 36.40	62.60	39.00	60.43

공통분산·공분산을 계산하면 다음과 같다.

$$s=\begin{pmatrix}7.920 & 5.680\\ 5.680 & 6.292\end{pmatrix}$$

$$s^{-1}=\begin{pmatrix}0.358106 & -0.323274\\ -0.323274 & 0.450762\end{pmatrix}$$

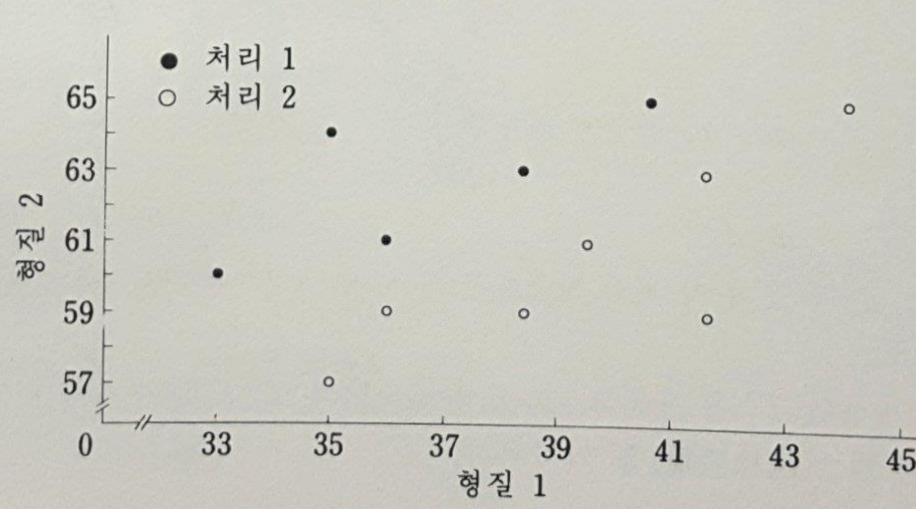
$$D^2=(-2.60 \quad 2.17)\begin{pmatrix}0.358106 & -0.323274\\ -0.323274 & 0.450762\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2.60\\ 2.17\end{pmatrix}$$

$$=(-1.632580 \quad 1.818666)\begin{pmatrix}-2.60\\ 2.17\end{pmatrix}$$

$$=8.191213$$

$$T^2_{(2,\ 10)}=\frac{(5)(7)}{(5+7)}(8.191213)=23.891$$

이 T^2 은 표의 $T^2_{(2,\ 10)(0.01)}=17.826$ 보다 크므로 1%에서 귀무가설은 기각된다. 위의 성적을 그림으로 나타내 보면 다음과 같다.



이 성적으로 각 형질별로 t 검정을 하면 형질 1은 $t=-1.58$, 형질 2는 $t=1.48$ 로서 모두 유의차가 없지만, T^2 검정에서 두 형질을 다 고려한 검정시에는 유의차를 보였고, 또한 그림에서도 두 처리간에 분명한 차이가 있음을 알 수 있다.

그림에서 두 처리는 두 형질간에 직선으로 구분됨을 볼 수 있는데, 두 형질을 같이 넣

은 단일식으로 만들어 두 군을 구분할 때 이 식을 판별함수식(判別函數式 ; discriminant function)이라고 하며 다음과 같다.

$$L = a_1 Y_1 + a_2 Y_2$$

식에서, $a = ds^{-1}$, Y_1 및 Y_2 : 각 형질의 관찰치

앞의 예에서는

$$L = -1.632580\ Y_1 + 1.818666\ Y_2$$

가 된다. 이 식에 두 처리의 측정치 Y_1과 Y_2를 넣어 계산해 보면 다음과 같다.

처 리 1	처 리 2
55.24	46.52
52.17	48.53
59.25	45.26
52.54	47.27
52.91	47.64
	48.01
	40.37
계 272.11	323.60
평 균 54.42	46.23

각 처리별 L의 평균은 다음과 같이 계산하기도 한다.

$$\bar{L}_1 = a_1 \bar{Y}_{11} + a_2 \bar{Y}_{12}$$
$$\bar{L}_2 = a_1 \bar{Y}_{21} + a_2 \bar{Y}_{22}$$

$D^2 = \bar{L}_1 - \bar{L}_2 = 54.42 - 46.23 = 8.19$로서 앞에서 계산된 D^2과 일치하며, 이것은 두 처리간의 거리(distance)가 된다.

계산된 L_1과 L_2로서 $\bar{L}_1$과 $\bar{L}_2$의 차이 검정은 t검정에 의하여 실시한다.

$$t = \frac{54.42 - 46.23}{\sqrt{\frac{(5+7)}{(5)(7)}(8.1771)}} = 4.89$$

따라서, $t^2 = (4.89)^2 = 23.91 = T^2$이라는 것을 알 수 있다.

```
10   REM FILE NAME : HOTELLING
20   REM  HOTELLING'S T-SQUARED AND LINEAR DISCRIMINANT FUNCTION
30   DIM X(100,20),S(20,40),A1(20),A2(20),D(20),A(20)
40   HOME
50   INPUT "NUMBER OF VARIABLE?";M
60   INPUT "NUMBER OF GROUP 1?";N1
70   INPUT "NUMBER OF GROUP 2?";N2
80 N = N1 + N2
90 N3 = N - 2
100 N4 = N1 + 1
110 M1 = M + 1
120 M2 = M * 2
130  PRINT
140  FOR J = 1 TO N1
```

```
150  FOR J = 1 TO M
160  PRINT "GROUP 1  SAMPLE ";I;"  VARIABLE ";J;
170  INPUT X(I,J)
180  NEXT J
190  NEXT I
200  PRINT
210  FOR I = N4 TO N
220 K = I - N1
230  FOR J = 1 TO M
240  PRINT "GROUP 2  SAMPLE ";K;"  VARIABLE ";J;
250  INPUT X(I,J)
260  NEXT J
270  NEXT I
280  FOR I = 1 TO M
290 II = I + M
300  FOR J = 1 TO M2
310 S(I,J) = 0
320  NEXT J
330 S(I,II) = 1
340  NEXT I
350  FOR J = 1 TO M
360 A1(J) = 0
370  FOR I = 1 TO N1
380 A1(J) = A1(J) + X(I,J)
390  NEXT I
400 A1(J) = A1(J) / N1
410  NEXT J
420  FOR J = 1 TO M
430 A2(J) = 0
440  FOR I = N4 TO N
450 A2(J) = A2(J) + X(I,J)
460  NEXT I
470 A2(J) = A2(J) / N2
480  NEXT J
490  FOR I = 1 TO M
500  FOR J = I TO M
510  FOR K = 1 TO N1
520 S(I,J) = S(I,J) + (X(K,I) - A1(I)) * (X(K,J) - A1(J))
530  NEXT K
540  FOR K = N4 TO N
550 S(I,J) = S(I,J) + (X(K,I) - A2(I)) * (X(K,J) - A2(J))
560  NEXT K
570 S(I,J) = S(I,J) / N3
580 S(J,I) = S(I,J)
590  NEXT J
600  NEXT I
610  PR# 1
620  PRINT
630  PRINT
640  PRINT
650  PRINT "INPUT DATA"
660  PRINT
670  PRINT "GROUP 1"
680  FOR I = 1 TO N1
690  PRINT "SAMPLE";I;
700  FOR J = 1 TO M
710  PRINT "    ";X(I,J);
720  NEXT J
```

```
730  PRINT
740  NEXT I
750  PRINT
760  PRINT "GROUP 2"
770  FOR I = N4 TO N
780  PRINT "SAMPLE";I - N1;
790  FOR J = 1 TO M
800  PRINT "    ";X(I,J);
810  NEXT J
820  PRINT
830  NEXT I
840  PRINT
850  PRINT "MEAN"
860  PRINT
870  PRINT "GROUP 1"
880  PRINT "          ";
890  FOR I = 1 TO M
900  PRINT "    ";A1(I);
910  NEXT I
920  PRINT
930  PRINT
940  PRINT "GROUP 2"
950  PRINT "          ";
960  FOR I = 1 TO M
970  PRINT "    ";A2(I);
980  NEXT I
990  PRINT
1000  PRINT
1010  PRINT "SS - SP MATRIX"
1020  FOR I = 1 TO M
1030  FOR J = 1 TO M
1040  PRINT "    ";S(I,J);
1050  NEXT J
1060  PRINT
1070  NEXT I
1080  FOR I = 1 TO M
1090 SS = S(I,I)
1100  FOR J = I TO M2
1110 S(I,J) = S(I,J) / SS
1120  NEXT J
1130  FOR K = 1 TO M
1140  IF K = I GOTO 1190
1150 SS = S(K,I)
1160  FOR J = I TO M2
1170 S(K,J) = S(K,J) - S(I,J) * SS
1180  NEXT J
1190  NEXT K
1200  NEXT I
1210  PRINT
1220  PRINT "INVERSE MATRIX"
1230  FOR I = 1 TO M
1240  FOR J = M1 TO M2
1250  PRINT "    ";S(I,J);
1260  NEXT J
1270  PRINT
1280  NEXT I
1290  FOR I = 1 TO M
1300 D(I) = A1(I) - A2(I)
```

```
1310  NEXT I
1320  FOR I = 1 TO M
1330 A(I) = 0
1340  FOR J = M1 TO M2
1350 JJ = J - M
1360 A(I) = A(I) + S(I,J) * D(JJ)
1370  NEXT J
1380  NEXT I
1390 T2 = 0
1400  FOR I = 1 TO M
1410 T2 = T2 + D(I) * A(I)
1420  NEXT I
1430 T2 = T2 * N1 * N2 / N
1440 F1 = M
1450 F2 = N - M - 1
1460 F = T2 * F2 / N3 / M
1470  IF F >  = 1 GOTO 1510
1480 F = 1 / F
1490 F1 = F2
1500 F2 = M
1510  PRINT
1520  PRINT "T-SQUARED =";T2
1530  PRINT "F = ";F
1540  PRINT "DEGREE OF FREEDOM = ";F1;" AND ";F2
1550  PRINT
1560  PRINT "DISCRIMINANT COEFFICIENT"
1570  FOR I = 1 TO M
1580  PRINT "    ";A(I);
1590  NEXT I
1600  PRINT
1610  PRINT
1620  PRINT "DISCRIMINANT SCORES  GROUP 1"
1630  PRINT
1640 D1 = 0
1650 D2 = 0
1660  FOR I = 1 TO M
1670 D1 = D1 + A1(I) * A(I)
1680 D2 = D2 + A2(I) * A(I)
1690  NEXT I
1700  PRINT "CENTROID = "D1
1710  FOR I = 1 TO N1
1720 D1 = 0
1730  FOR J = 1 TO M
1740 D1 = D1 + X(I,J) * A(J)
1750  NEXT J
1760  PRINT  TAB( 6)I TAB( 10)"= "D1
1770  NEXT I
1780  PRINT
1790  PRINT "DISCRIMINANT SCORES  GROUP 2"
1800  PRINT
1810  PRINT "CENTROID = "D2
1820  FOR I = N4 TO N
1830 D2 = 0
1840  FOR J = 1 TO M
1850 D2 = D2 + X(I,J) * A(J)
1860  NEXT J
1870  PRINT  TAB( 6)I - N1 TAB( 10)"= "D2
1880  NEXT I
```

```
1890  PR# 0
1900  GOTO 40
```

```
INPUT DATA

GROUP 1
SAMPLE1    33    60
SAMPLE2    36    61
SAMPLE3    35    64
SAMPLE4    38    63
SAMPLE5    40    65

GROUP 2
SAMPLE1    35    57
SAMPLE2    36    59
SAMPLE3    38    59
SAMPLE4    39    61
SAMPLE5    41    63
SAMPLE6    43    65
SAMPLE7    41    59

MEAN

GROUP 1
             36.4   62.6

GROUP 2
             39    60.4285715

SS - SP MATRIX
   7.92    5.68
   5.68    6.29142857

INVERSE MATRIX
   .358165257    -.32335719
   -.32335719    .450878335

T-SQUARED =23.9117056
F = 10.7602675
DEGREE OF FREEDOM = 2 AND 9

DISCRIMINANT COEFFICIENT
   -1.63337671   1.81977879

DISCRIMINANT SCORES  GROUP 1

CENTROID = 54.4632399
     1   = 55.2852959
     2   = 52.2049446
     3   = 59.2976577
     4   = 52.5777488
     5   = 52.9505529

DISCRIMINANT SCORES  GROUP 2

CENTROID = 46.2649409
```

```
1    = 46.5592062
2    = 48.565387
3    = 45.2986336
4    = 47.3048145
5    = 47.6776186
6    = 48.0504228
7    = 40.3985035
```

5·3 Mahalanobis의 D^2 에 의한 Cluster 분석

Mahalanobis의 D^2 는 다변량에 의한 두 집단간의 유사도를 측정하는 단위로서 분산 =1, 공분산=0으로 변환하였을 때의 두 집단간의 변환형질차(變換形質差)의 자승합으로 계산된다.

$$D^2 = d'S^{-1}d$$

식에서 d: 두 집단 평균간 차의 벡터, S^{-1}: 분산·공분산의 역행렬

n 개의 집단을 $K=3$ 인 형질에 대하여 r 반복으로 조사했을 때 잔차의 분산 및 공분산행렬을

$$S = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

라고 하면 이 S 행렬의 역행렬 S^{-1} 을 계산하는 과정에서 변형계수 P_i 를 구한다.

$$S_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 1 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 1 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_1 = 1/\sqrt{a_{11}}$$

S_1 이 S_2 로 바뀌었을 때에는

$$S_2 = \begin{pmatrix} 1 & a'_{12} & a'_{13} & a'_{14} & 0 & 0 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & a'_{24} & 1 & 0 \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & a'_{34} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = a'_{24}/\sqrt{a'_{22}}$$

$$P_3 = 1/\sqrt{a'_{22}}$$

다시 S_2 가 S_3 로 바뀌면

$$S_3 = \begin{pmatrix} 1 & a'_{12} & a'_{13} & a'_{14} & a'_{15} & 0 \\ 0 & 1 & a''_{23} & a''_{24} & a''_{25} & 0 \\ 0 & 0 & a''_{33} & a''_{34} & a''_{35} & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_4 = a''_{34}/\sqrt{a''_{33}}$$

$$P_5 = a''_{35}/\sqrt{a''_{33}}$$

$$P_6 = 1/\sqrt{a''_{33}}$$

따라서, 변형계수 P의 개수는 형질수 K에 의하여 정해진다.

$$P = K(K+1)/2$$

각 집단의 형질평균 X는 다음과 같이 변형평균 Y로 바뀐다.

$$Y_1 = P_1 X_1$$
$$Y_2 = P_2 X_1 + P_3 X_2$$
$$Y_3 = P_4 X_1 + P_5 X_2 + P_6 X_3$$

i번째 집단과 j번째 집단간의 D^2는

$$D_{ij}{}^2 = (Y_{i_1} - Y_{j_1})^2 + (Y_{i_2} - Y_{j_2})^2 + (Y_{i_3} - Y_{j_3})^2$$
$$= \sum (Y_{ik} - Y_{jk})^2$$

이며, 따라서 D^2는 $n \times n$ 행렬이 된다.

$$D^2 = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots\cdots & D_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ D_{n1} & D_{n2} & \cdots\cdots & D_{nn} \end{pmatrix}$$

이 D^2에 의한 계층적분류(hierachical clustering)는 우선 D^2가 가장 적은 i번째 항과 j번째 열을 찾아 첫번째 크러스터를 이루며, i번째 행과 j번째 행 및 i번째 열과 j번째 열의 각 D^2를 평균하여 하나의 행과 열로 만들어 다시 위의 과정을 되풀이한다.

$$D_{ij} = (D_{ik} + D_{jk})/2$$

최소치가 여러 개 있을 경우에는 해당되는 모든 행과 열을 평균한다.

〈예〉 3개 군의 3개 형질의 평균치와 분산·공분산은 다음과 같다.

구 분	형 질		
	X_1	X_2	X_3
A 군	198.2	148.1	142.0
B 군	184.5	149.9	134.9
C 군	188.6	140.8	137.1

$$S = \begin{pmatrix} 41.73 & 10.78 & 7.76 \\ 10.78 & 34.81 & 7.70 \\ 7.76 & 7.70 & 25.60 \end{pmatrix}$$

$$P_1 = 1/\sqrt{41.73} = 0.1548$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0.25833 & 0.18596 & 0.02396 & 0 & 0 \\ 0 & 32.02523 & 5.69538 & -0.25833 & 1 & 0 \\ 0 & 5.69538 & 24.15697 & -0.18596 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_2 = -0.25833/\sqrt{32.02523} = -0.0456$$
$$P_3 = 1/\sqrt{32.02523} = 0.1767$$

$$S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0.25837 & 0.18596 & 0.02396 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.17784 & -0.00807 & 0.03123 & 0 \\ 0 & 0 & 23.14410 & -0.14002 & -0.17784 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_4 = -0.14002/\sqrt{23.14410} = -0.0291$$

$P_5 = -0.17784/\sqrt{23.14410} = -0.0370$
$P_6 = 1/\sqrt{23.14410} = 0.2079$

변형된 형질평균은 다음 식으로 계산한다.

$Y_1 = 0.1548\ X_1$
$Y_2 = -0.0456\ X_1 + 0.1767\ X_2$
$Y_3 = -0.0291\ X_1 - 0.0370\ X_2 + 0.2079\ X_3$

따라서, A군의 변형된 평균은 다음과 같다.

$Y_1 = 0.1548 \times 198.2 = 30.681$
$Y_2 = -0.0456 \times 198.2 + 0.1767 \times 148.1 = 17.131$
$Y_3 = -0.0291 \times 198.2 - 0.0370 \times 148.1 + 0.2078 \times 142.0 = 18.274$

같은 방법으로 B군과 C군의 형질별 평균치를 계산해 보면 다음과 같다.

구 분	형 질		
	Y_1	Y_2	Y_3
A 군	30.681	17.131	18.274
B 군	28.561	18.074	17.130
C 군	29.195	16.279	17.805

D^2은 위의 변형된 평균치 Y에 의하여 계산된다.

$D_{AB}{}^2 = (30.681 - 28.561)^2 + (17.131 - 18.074)^2 + (18.274 - 17.130)^2 = 6.692$
$D_{AC}{}^2 = (30.681 - 29.195)^2 + (17.131 - 16.279)^2 + (18.274 - 17.805)^2 = 3.154$
$D_{BC}{}^2 = (28.561 - 29.195)^2 + (18.074 - 16.279)^2 + (17.130 - 17.805)^2 = 4.080$

$$D^2 = \begin{pmatrix} & A & B & C \\ & 0 & 6.692 & 3.154 \\ & 6.692 & 0 & 4.080 \\ & 3.154 & 4.080 & 0 \end{pmatrix}$$

```
10  REM FILE NAME : MAHALANOBIS
20  REM MAHALANOBIS'S DISTANCE AND CLUSTERING
30  DIM S4(17,35),TT(17),P(250),VT(50,17)
40  DIM D(50,50),MR(200),MC(50),NP(50)
50  INPUT "NUMBER OF VARIETY?";NA
60  INPUT "NUMBER OF VARIABLE?";LA
70 N = NA - 1
80 L = LA - 1
90  PRINT
100  PRINT "ENTER VARIETY MEAN"
110  FOR I = 0 TO N
120  FOR J = 0 TO L
130  PRINT "VARIETY ";I + 1;"  VARIABLE ";J + 1;
140  INPUT VT(I,J)
150  NEXT J
160  NEXT I
170  PRINT
180  PRINT "ENTER INFORMATION MATRIX"
190  FOR I = 0 TO L
```

```
200  FOR J = I TO L
210  PRINT "VARIABLE ";I + 1;"  VARIABLE ";J + 1;
220  INPUT S4(I,J)
230 S4(J,I) = S4(I,J)
240  NEXT J
250  NEXT I
260  PR# 1
270  PRINT
280  PRINT
290  PRINT
300  PRINT "MAHALANOBIS'S D SQUARE AND CLUSTERING"
310  PRINT
320  PRINT "VARIETY MEAN"
330  PRINT
340  PRINT "VARIETY / VARIABLE"
350  FOR I = 0 TO N
360  FOR J = 0 TO L
370  PRINT "    ";VT(I,J);
380  NEXT J
390  PRINT
400  NEXT I
410  PRINT
420  PRINT "INFORMATION MATRIX"
430  PRINT
440  FOR I = 0 TO L
450  FOR J = 0 TO L
460  PRINT "    ";S4(I,J);
470  NEXT J
480  PRINT
490  NEXT I
500 P(0) = 1 /  SQR (S4(0,0))
510  FOR I = 0 TO L
520 K = I + L + 1
530  FOR J = L + 1 TO L * 2 + 1
540 S4(I,J) = 0
550  NEXT J
560 S4(I,K) = 1
570  NEXT I
580 M2 = 1
590  FOR I = 0 TO L - 1
600 LL = I + 1
610 L5 = L + I + 1
620  FOR J = LL TO L5
630 S4(I,J) = S4(I,J) / S4(I,I)
640  NEXT J
650  FOR K = LL TO L
660  FOR J = LL TO L5
670 S4(K,J) = S4(K,J) - S4(K,I) * S4(I,J)
680  NEXT J
690  NEXT K
700 F =  SQR (S4(LL,LL))
710  FOR K = L + 1 TO L5 + 1
720 P(M2) = S4(LL,K) / F
730 M2 = M2 + 1
740  NEXT K
750  NEXT I
760  FOR I = 0 TO N
770 M2 = 0
```

```
780  FOR J = 0 TO L
790 A(0,J) = VT(I,J)
800  NEXT J
810  FOR J = 0 TO L
820 XX = 0
830  FOR K = 0 TO J
840 XX = XX + A(0,K) * P(M2)
850 M2 = M2 + 1
860  NEXT K
870 VT(I,J) = XX
880  NEXT J
890  NEXT I
900  PRINT
910  PRINT "COEFFICIENT FOR TRANSFORMATION"
920 M4 = 0
930  FOR I = 0 TO L
940  FOR K = 0 TO I
950  PRINT "    ";P(M4);
960 M4 = M4 + 1
970  NEXT K
980  PRINT
990  NEXT I
1000  PRINT
1010  PRINT "MAHALANOBIS'S D SQUARE"
1020  FOR I = 0 TO N
1030  FOR J = I TO N
1040 D(I,J) = 0
1050  FOR K = 0 TO L
1060 TT(K) = (VT(I,K) - VT(J,K)) ^ 2
1070 D(I,J) = D(I,J) + TT(K)
1080  NEXT K
1090 D(J,I) = D(I,J)
1100  PRINT
1110  PRINT "VARIETY ";I + 1;" X VARIETY ";J + 1;
1120  PRINT "  D SQUARE = ";D(I,J)
1130  FOR K = 0 TO L
1140  PRINT "    ";TT(K);
1150  NEXT K
1160  PRINT
1170  NEXT J
1180  NEXT I
1190  PRINT
1200  PRINT "CLUSTERING"
1210 KP = 0
1220  IF KP >  = N GOTO 2200
1230 H = 10 ^ 10
1240  FOR I = 1 TO 200
1250 MR(I) = 0
1260  NEXT I
1270  FOR I = 1 TO N
1280  IF KP <  = 0 GOTO 1320
1290  FOR K = 1 TO KP
1300  IF I = NP(K) GOTO 1410
1310  NEXT K
1320 II = I + 1
1330  FOR J = II TO NA
1340  IF KP <  = 0 GOTO 1380
1350  FOR K = 1 TO KP
```

```
1360  IF J = NP(K) GOTO 1400
1370  NEXT K
1380  IF D(I - 1,J - 1) >  = H GOTO 1400
1390 H = D(I - 1,J - 1)
1400  NEXT J
1410  NEXT I
1420 K = 0
1430  FOR I = 1 TO N
1440  IF KP <  = 0 GOTO 1480
1450  FOR KK = 1 TO KP
1460  IF I = NP(KK) GOTO 1610
1470  NEXT KK
1480 II = I + 1
1490  FOR J = II TO NA
1500  IF KP <  = 0 GOTO 1540
1510  FOR KK = 1 TO KP
1520  IF J = NP(KK) GOTO 1600
1530  NEXT KK
1540  IF D(I - 1,J - 1) <  > H GOTO 1600
1550 K = K + 1
1560  IF K >  = 200 GOTO 2190
1570 MR(K) = I
1580 K = K + 1
1590 MR(K) = J
1600  NEXT J
1610  NEXT I
1620  FOR I = 1 TO NA
1630 MC(I) = 0
1640  NEXT I
1650  FOR I = 1 TO K
1660 KK = MR(I)
1670 MC(KK) = MC(KK) + 1
1680  NEXT I
1690  FOR I = 1 TO K
1700 MR(I) = 0
1710  NEXT I
1720 KK = 0
1730  FOR I = 1 TO NA
1740  IF MC(I) <  = 0 GOTO 1770
1750 KK = KK + 1
1760 MR(KK) = I
1770  NEXT I
1780 MX = MR(1)
1790  FOR I = 1 TO KK
1800  IF MR(I) >  = MX GOTO 1820
1810 MX = MR(I)
1820  NEXT I
1830  FOR I = 1 TO KK
1840  IF MR(I) = MX GOTO 1870
1850 KP = KP + 1
1860 NP(KP) = MR(I)
1870  NEXT I
1880  FOR I = 1 TO KP
1890  FOR J = I TO KP
1900  IF NP(I) <  = NP(J) GOTO 1940
1910 JJ = NP(I)
1920 NP(I) = NP(J)
1930 NP(J) = JJ
```

```
1940  NEXT J
1950  NEXT I
1960  PRINT
1970  PRINT "CLUSTER";
1980  FOR I = 1 TO KK
1990  PRINT "   ";MR(I);
2000  NEXT I
2010  PRINT
2020  PRINT MX;" HEREAFTER      D SQUARE = ";H
2030  FOR I = 0 TO N
2040 VT(I,1) = 0
2050  NEXT I
2060  FOR I = 1 TO KK
2070 II = MR(I)
2080  FOR J = 0 TO N
2090 VT(J,1) = VT(J,1) + D(II - 1,J)
2100  NEXT J
2110  NEXT I
2120  FOR I = 0 TO N
2130 D(MX - 1,I) = VT(I,1) / KK
2140  NEXT I
2150  FOR I = 0 TO N
2160 D(I,MX - 1) = D(MX - 1,I)
2170  NEXT I
2180  GOTO 1220
2190  PRINT "NO OF SAME DISTANCE ARE ABOVE 100"
2200  PR# 0
2210  GOTO 50
```

```
MAHALANOBIS'S D SQUARE AND CLUSTERING

VARIETY MEAN

VARIETY / VARIABLE
   434     25.9    49.7    459.7
   633.3    21.8    45.9    526.7
   574.7    22.9    45.3    551.3
   739.3    24.3    46.9    537.3
   645.3    23.5    51.4    524

INFORMATION MATRIX

   4303.79492   49.113178    -9.727802    196.919321
   49.113178   6.57939559   -.300476074   11.7004629
   -9.727802   -.300476074   .836448082   -6.34759991
   196.919321   11.7004629   -6.34759991   307.115385

COEFFICIENT FOR TRANSFORMATION
   .0152431322
   -4.65143135E-03   .407605604
   2.11425905E-03   .0350084789   1.11214383
   -9.37266719E-04   -.0865053165   .443445382   .0639658087

MAHALANOBIS'S D SQUARE

VARIETY 1 X VARIETY 1  D SQUARE = 0
   0   0   0   0
```

```
VARIETY 1 X VARIETY 2  D SQUARE = 39.233582
   9.22917815   6.75071209   15.5891479   7.66454391

VARIETY 1 X VARIETY 3  D SQUARE = 46.5104479
   4.59977541   3.52415469   22.0992324   16.2872854

VARIETY 1 X VARIETY 4  D SQUARE = 45.1007318
   21.6571867   4.29422404   6.37326689   12.7760542

VARIETY 1 X VARIETY 5  D SQUARE = 43.0771481
   10.3740282   3.84591672   5.07766334   23.7795398

VARIETY 2 X VARIETY 2  D SQUARE = 0
   0   0   0   0

VARIETY 2 X VARIETY 3  D SQUARE = 3.49010872
   .797891177   .519754545   .566515994   1.605947

VARIETY 2 X VARIETY 4  D SQUARE = 5.56392051
   2.61071919   .27663633   2.0271395   .649425491

VARIETY 2 X VARIETY 5  D SQUARE = 43.3435566
   .0334588424   .405912151   38.4607928   4.44339284

VARIETY 3 X VARIETY 3  D SQUARE = 0
   0   0   0   0

VARIETY 3 X VARIETY 4  D SQUARE = 11.2830069
   6.29517912   .0380163241   4.73693052   .212880955

VARIETY 3 X VARIETY 5  D SQUARE = 50.2348672
   1.15813138   7.02708149E-03   48.3629725   .706736204

VARIETY 4 X VARIETY 4  D SQUARE = 0
   0   0   0   0

VARIETY 4 X VARIETY 5  D SQUARE = 26.5891323
   2.0530718   .0123543366   22.8283295   1.6953766

VARIETY 5 X VARIETY 5  D SQUARE = 0
   0   0   0   0



CLUSTERING

CLUSTER   2   3
2 HEREAFTER      D SQUARE = 3.49010872

CLUSTER   2   4
2 HEREAFTER      D SQUARE = 8.42346372

CLUSTER   2   5
2 HEREAFTER      D SQUARE = 36.6891721

CLUSTER   1   2
1 HEREAFTER      D SQUARE = 43.5317608
```

5·4 Q 상관에 의한 Cluster 분석

n 개의 표본과 m 개의 변량이 있는 이원분류의 성적에서 각 변량의 평균을 0으로 하고 분산을 1로 표준화하여 표본간에 상관을 나타낸 것이 Q 상관이다.

표준화는

$$X'_{ij}=\frac{X_{ij}-\overline{X}_{\cdot j}}{S_j}$$

식에서, $\overline{X}_{\cdot j}$: j 번째 변량의 평균, S_j : j 번째 변량의 표준편차

Q 상관은

$$r_{ik}=\frac{\sum(X'_{ij}-\overline{X}'_{i\cdot})(X'_{kj}-\overline{X}'_{k\cdot})}{\sqrt{\sum(X'_{ij}-X'_{i\cdot})^2\sum(X'_{kj}-X'_{k\cdot})}}$$

$n\times n$ 의 상관행렬에 의한 클러스터링(clustering)은 Mahalanobis 의 D^2 에 의한 방법과 같다(5·3 참조). 단지 상관은 클수록 표본간의 유사정도(類似程度)가 크므로 $1-Q$ 로서 분류하였다.

```
10  REM FFILE NAME : QCLUSTER
20  REM O CORRELATION AND CLUSTERING
30  DIM A(60,15),SD(15),T(15),D(60,60)
40  DIM MR(200),MC(60),NP(60),TQ(60),SQ(60)
50  INPUT "NUMBER OF VARIETY?";NA
60  INPUT "NUMBER OF VARIABLE?";LA
70 N = NA - 1
80  FOR I = 1 TO NA
90  FOR J = 1 TO LA
100  PRINT "VARIETY ";I;"  VARIABLE ?";J;
110  INPUT A(I,J)
120  NEXT J
130  NEXT I
140  FOR I = 1 TO LA
150 T(I) = 0
160 SD(I) = 0
170  NEXT I
180  FOR I = 0 TO NA
190 TO(I) = 0
200  FOR J = 0 TO NA
210 D(I,J) = 0
220  NEXT J
230  NEXT I
240  FOR I = 1 TO LA
250  FOR J = 1 TO NA
260 T(I) = T(I) + A(J,I)
270 SD(I) = SD(I) + A(J,I) * A(J,I)
280  NEXT J
290  NEXT I
300  FOR I = 1 TO LA
310 SD(I) =  SQR ((SD(I) - T(I) * T(I) / NA) / (NA - 1))
320  NEXT I
```

```
330  PR# 1
340  PRINT
350  PRINT
360  PRINT "INPUT DATA"
370  PRINT
380  PRINT "VARIETY / VARIABLE"
390  FOR I = 1 TO NA
400  PRINT I;
410  FOR J = 1 TO LA
420  PRINT "    ";A(I,J);
430  NEXT J
440  PRINT
450  NEXT I
460  PRINT
470  PRINT "STANDARD DEVIATION"
480  PRINT
490  FOR I = 1 TO LA
500 T(I) = T(I) / NA
510  PRINT "    ";SD(I);
520  NEXT I
530  PRINT
540  FOR I = 1 TO LA
550  FOR J = 1 TO NA
560 A(J,I) = (A(J,I) - T(I)) / SD(I)
570  NEXT J
580  NEXT I
590  FOR I = 1 TO NA
600  FOR J = 1 TO NA
610  FOR K = 1 TO LA
620 D(I,J) = D(I,J) + A(I,K) * A(J,K)
630  NEXT K
640  NEXT J
650  NEXT I
660  FOR I = 1 TO NA
670  FOR K = 1 TO LA
680 TQ(I) = TQ(I) + A(I,K)
690  NEXT K
700  NEXT I
710  FOR I = 1 TO NA
720  FOR J = I TO NA
730 D(I,J) = D(I,J) - TQ(I) * TQ(J) / LA
740  NEXT J
750 SQ(I) = D(I,I)
760  NEXT I
770  FOR I = 1 TO NA
780  FOR J = I TO NA
790 D(I,J) = D(I,J) /  SQR (SQ(I) * SQ(J))
800 D(J,I) = D(I,J)
810  NEXT J
820  NEXT I
830  PRINT
840  PRINT "Q CORRELATION COEFFICIENT"
850  FOR I = 1 TO NA
860  FOR J = I TO NA
870  PRINT "    ";D(I,J);
880  NEXT J
890  PRINT
900  NEXT I
```

```
910  FOR I = 1 TO NA
920 II = I - 1
930  FOR J = 1 TO NA
940 JJ = J - 1
950 D(II,JJ) = 1 - D(I,J)
960  NEXT J
970  NEXT I
980  PRINT
990  PRINT "CLUSTERING( 1-Q )"
1000 KP = 0
1010  IF KP >  = N GOTO 1990
1020 H = 10 ^ 10
1030  FOR I = 1 TO 200
1040 MR(I) = 0
1050  NEXT I
1060  FOR I = 1 TO N
1070  IF KP <  = 0 GOTO 1110
1080  FOR K = 1 TO KP
1090  IF I = NP(K) GOTO 1200
1100  NEXT K
1110 II = I + 1
1120  FOR J = II TO NA
1130  IF KP <  = 0 GOTO 1170
1140  FOR K = 1 TO KP
1150  IF J = NP(K) GOTO 1190
1160  NEXT K
1170  IF D(I - 1,J - 1) >  = H GOTO 1190
1180 H = D(I - 1,J - 1)
1190  NEXT J
1200  NEXT I
1210 K = 0
1220  FOR I = 1 TO N
1230  IF KP <  = 0 GOTO 1270
1240  FOR KK = 1 TO KP
1250  IF I = NP(KK) GOTO 1400
1260  NEXT KK
1270 II = I + 1
1280  FOR J = II TO NA
1290  IF KP <  = 0 GOTO 1330
1300  FOR KK = 1 TO KP
1310  IF J = NP(KK) GOTO 1390
1320  NEXT KK
1330  IF D(I - 1,J - 1) <  > H GOTO 1390
1340 K = K + 1
1350  IF K >  = 200 GOTO 1980
1360 MR(K) = I
1370 K = K + 1
1380 MR(K) = J
1390  NEXT J
1400  NEXT I
1410  FOR I = 1 TO NA
1420 MC(I) = 0
1430  NEXT I
1440  FOR I = 1 TO K
1450 KK = MR(I)
1460 MC(KK) = MC(KK) + 1
1470  NEXT I
1480  FOR I = 1 TO K
```

```
1490 MR(I) = 0
1500  NEXT I
1510 KK = 0
1520  FOR I = 1 TO NA
1530  IF MC(I) <  = 0 GOTO 1560
1540 KK = KK + 1
1550 MR(KK) = I
1560  NEXT I
1570 MX = MR(1)
1580  FOR I = 1 TO KK
1590  IF MR(I) >  = MX GOTO 1610
1600 MX = MR(I)
1610  NEXT I
1620  FOR I = 1 TO KK
1630  IF MR(I) = MX GOTO 1660
1640 KP = KP + 1
1650 NP(KP) = MR(I)
1660  NEXT I
1670  FOR I = 1 TO KP
1680  FOR J = I TO KP
1690  IF NP(I) <  = NP(J) GOTO 1730
1700 JJ = NP(I)
1710 NP(I) = NP(J)
1720 NP(J) = JJ
1730  NEXT J
1740  NEXT I
1750  PRINT
1760  PRINT "CLUSTER";
1770  FOR I = 1 TO KK
1780  PRINT "    ";MR(I);
1790  NEXT I
1800  PRINT
1810  PRINT MX;" HEREAFTER      1-Q = ";H
1820  FOR I = 0 TO N
1830 TQ(I) = 0
1840  NEXT I
1850  FOR I = 1 TO KK
1860 II = MR(I)
1870  FOR J = 0 TO N
1880 TQ(J) = TQ(J) + D(II - 1,J)
1890  NEXT J
1900  NEXT I
1910  FOR I = 0 TO N
1920 D(MX - 1,I) = TQ(I) / KK
1930  NEXT I
1940  FOR I = 0 TO N
1950 D(I,MX - 1) = D(MX - 1,I)
1960  NEXT I
1970  GOTO 1010
1980  PRINT "NO OF SAME DISTANCE ARE ABOVE 100"
1990  PR# 0
2000  GOTO 50
```

```
INPUT DATA

VARIETY / VARIABLE
1    1    2    4    8    1
2    2    6    3    5    1
3    3    4    8    9    6
4    4    2    3    4    5
5    5    1    8    6    4

STANDARD DEVIATION

   1.58113883   2   2.58843582   2.07364414   2.30217289

Q CORRELATION COEFFICIENT
   1   .0486379093   .609237502   -.875635352   -.446347176
   1   -.382871761   -.217038696   -.74183217
   1   -.497197692   -.201895909
   1   .351403656
   1

CLUSTERING( 1-Q )

CLUSTER   1   3
1 HEREAFTER     1-Q = .390762498

CLUSTER   4   5
4 HEREAFTER     1-Q = .648596344

CLUSTER   1   2
1 HEREAFTER     1-Q = 1.16711693

CLUSTER   1   4
1 HEREAFTER     1-Q = 1.49235223
```

6. 비모수통계분석

6·1 χ^2 적합도검정

어떤 질적 변량의 몇 가지 분류기준에 따른 관찰빈도(觀察頻度)가 이론적인 기대빈도(期待頻度)에 적합한가의 검정은 대부분의 경우 χ^2 검정에 의한다.

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

식에서, O_i : 관찰빈도, E_i : 기대빈도

예를 들어 어떤 교배조합의 F_2 에서의 기대분리비가 3 : 1 이라고 하면 총관찰치수가 N 개일 경우 기대빈도는 $\frac{3}{4}N : \frac{1}{4}N$ 이 된다. 본프로그램에서는 기대비율을 입력하지 않을 경우에는 동일 비율인 1 : 1 : 1 ……… 에 대한 적합도를 검정한다.

```
10  REM FILE NAME : CHIFIT
20  REM CHI-SQUARE TEST OF GOODNESS OF FIT
30  DIM X(40),EX(40),R(40),B(40)
40  HOME
50  INPUT "NO OF GROUP?";N
60  PRINT
70  FOR I = 1 TO N
80  PRINT "GROUP ";I;
90  INPUT X(I)
100  NEXT I
110 T = 0
120  FOR I = 1 TO N
130 T = T + X(I)
140  NEXT I
150  PRINT
160  PRINT "DO YOU WANT TO INPUT EXPECTED RATIO? TYPE Y OR N";
170  INPUT A$
180  IF A$ = "Y" OR A$ = "N" GOTO 200
190  GOTO 150
200  IF A$ = "N" GOTO 350
210  PRINT
220  PRINT "INPUT EXPECTED RATIO"
230  FOR I = 1 TO N
240  PRINT "GROUP ";I;
250  INPUT R(I)
260  NEXT I
270 K = 0
```

```
280  FOR I = 1 TO N
290 K = K + R(I)
300  NEXT I
310  FOR I = 1 TO N
320 EX(I) = R(I) / K
330  NEXT I
340  GOTO 390
350  FOR I = 1 TO N
360 EX(I) = 1 / N
370 R(I) = 1
380  NEXT I
390  FOR I = 1 TO N
400 B(I) = EX(I) * T
410  NEXT I
420 CH = 0
430  FOR I = 1 TO N
440 EX(I) = (X(I) - B(I)) ^ 2 / B(I)
450 CH = CH + EX(I)
460  NEXT I
470  PR# 1
480  PRINT
490  PRINT
500  PRINT
510  PRINT "CHI-SQUARE TEST"
520  PRINT
530  PRINT "OBSERVED VALUE"
540  FOR I = 1 TO N
550  PRINT "    ";X(I);
560  NEXT I
570  PRINT
580  PRINT
590  PRINT "EXPECTED RATIO"
600  FOR I = 1 TO N
610  PRINT "    ";R(I);
620  NEXT I
630  PRINT
640  PRINT
650  PRINT "EXPECTED VALUE"
660  FOR I = 1 TO N
670  PRINT "    ";B(I);
680  NEXT I
690  PRINT
700  PRINT
710  PRINT "CHI-SQUARE = ";CH
720  PRINT "DEGREE OF FREEDOM = ";N - 1
730  PRINT
740  PRINT "CELL CONTRIBUTION TO CHI-SQUARE"
750  FOR I = 1 TO N
760  PRINT "    ";EX(I);
770  NEXT I
780  PRINT
790  PR# 0
800  GOTO 40
```

```
CHI-SQUARE TEST

OBSERVED VALUE
   28   19   18   25

EXPECTED RATIO
   1   1   1   1

EXPECTED VALUE
   22.5   22.5   22.5   22.5

CHI-SQUARE = 3.06666667
DEGREE OF FREEDOM = 3

CELL CONTRIBUTION TO CHI-SQUARE
   1.34444445   .544444445   .900000001   .277777778
```

6·2 χ^2 독립성검정

두 변량이 만드는 이원분류의 성적이 질적 분류의 도수로 되어 있을 경우 두 변량간의 독립성검정(獨立性檢定)은 χ^2 검정에 의한다.

$$\chi^2=\sum\sum\frac{(X_{ij}-Y_{ij})^2}{Y_{ij}}$$

식에서, X_{ij} : 관찰빈도, Y_{ij} : 기대빈도

기대빈도 Y_{ij} 는 두 변량이 독립적일 경우 다음 식에 의하여 계산된다.

$$Y_{ij}=\frac{X_{i.}\times X_{.j}}{X_{..}}$$

χ^2 검정시의 자유도는 $(r-1)(c-1)$로서 r 는 행의 수이고 c 는 열의 수이다. 관련성의 정도를 나타내는 관련계수(coefficient of contigency)는 다음과 같이 계산한다.

$$C=\frac{\chi^2}{N(t-1)}$$

식에서, N : 전체 관찰치수, t : 행 또는 열의 수(적은 쪽), χ^2 : 계산된 χ^2 값

본프로그램에서는 $df=1$ 일 때 Yate의 보정(補正)을 다음과 같이 하였다.

$$\chi^2=\sum\frac{(|X_{ij}-Y_{ij}|-0.5)^2}{Y_{ij}}$$

```
10  REM FILE NAME : CHICONT
20  REM CHI SQUARE TEST FOR CONTINGENCY TABLE
30  DIM X(40,40),EX(40,40),T(40,40),SR(40),SC(40)
40  HOME
50  INPUT "NO OF ROW?";N
60  PRINT
70  INPUT "NO OF COLUMN?";M
80  PRINT
90  FOR I = 1 TO N
```

```
100  FOR J = 1 TO M
110  PRINT "ROW ";I;"  COLUMN ";J;
120  INPUT X(I,J)
130  NEXT J
140  NEXT I
150  FOR I = 1 TO N
160 SR(I) = 0
170  NEXT I
180  FOR J = 1 TO M
190 SC(J) = 0
200  NEXT J
210 G = 0
220  FOR I = 1 TO N
230  FOR J = 1 TO M
240 SR(I) = SR(I) + X(I,J)
250 SC(J) = SC(J) + X(I,J)
260 G = G + X(I,J)
270  NEXT J
280  NEXT I
290  FOR I = 1 TO N
300  FOR J = 1 TO M
310 EX(I,J) = SR(I) * SC(J) / G
320  NEXT J
330  NEXT I
340 DF = (N - 1) * (M - 1)
350  IF DF > 1 GOTO 420
360  FOR I = 1 TO N
370  FOR J = 1 TO M
380 T(I,J) = ( ABS (X(I,J) - EX(I,J)) - .5) ^ 2 / EX(I,J)
390  NEXT J
400  NEXT I
410  GOTO 470
420  FOR I = 1 TO N
430  FOR J = 1 TO M
440 T(I,J) = (X(I,J) - EX(I,J)) ^ 2 / EX(I,J)
450  NEXT J
460  NEXT I
470 CH = 0
480  FOR I = 1 TO N
490  FOR J = 1 TO M
500 CH = CH + T(I,J)
510  NEXT J
520  NEXT I
530  IF N < M GOTO 560
540 K = M
550  GOTO 570
560 K = N
570 C = CH / (G * (K - 1))
580  PR# 1
590  PRINT
600  PRINT
610  PRINT
620  PRINT "CHI SQUARE TEST"
630  PRINT
640  PRINT "OBSERVED VALUE"
650  FOR I = 1 TO N
660  FOR J = 1 TO M
670  PRINT "    ";X(I,J);
```

```
680  NEXT J
690  PRINT
700  NEXT I
710  PRINT
720  PRINT "EXPECTED VALUE"
730  FOR I = 1 TO N
740  FOR J = 1 TO M
750  PRINT "    ";EX(I,J);
760  NEXT J
770  PRINT
780  NEXT I
790  PRINT
800  PRINT "CHI SQUARE = ";CH
810  PRINT "DEGREE OF FREEDOM = ";DF
820  PRINT "COEFFICIENT OF CONTIGENCY = ";C
830  PRINT
840  PRINT "CELL CONTRIBUTION TO CHI SQUARE"
850  FOR I = 1 TO N
860  FOR J = 1 TO M
870  PRINT "    ";T(I,J);
880  NEXT J
890  PRINT
900  NEXT I
910  PR# 0
920  GOTO 40
```

```
CHI SQUARE TEST

OBSERVED VALUE
   335    60    18
   300    57    19
   294    51    16
   290    42    12

EXPECTED VALUE
   336.97925   58.0522089   17.9685408
   306.789826   52.8514056   16.3587684
   294.55087   50.7429719   15.706158
   280.680054   48.3534137   14.9665328

CHI SQUARE = 2.71950073
DEGREE OF FREEDOM = 6
COEFFICIENT OF CONTIGENCY = 9.10140807E-04

CELL CONTRIBUTION TO CHI SQUARE
   .0116251425   .0653530758   5.50784415E-05
   .150271398   .325645745   .42644435
   1.03023955E-03   1.30192322E-03   5.49740697E-03
   .309467666   .834809004   .587999703
```

6·3 Mann-Whitney 의 *U* 검정

이 검정법은 독립적인 두 표본의 중위수(中位數)의 차이 여부를 검정하기 위한 것으로서 표본수가 각각 n_1, n_2 인 2 개의 독립적인 표본을 $n_1+n_2=N$ 의 전체 관찰치에 대하

여 크기순으로 순위(順位)를 정하고 각 표본별 순위합 R_1과 R_2를 계산하여 U_1과 U_2를 다음 식으로 계산한다.

$$U_1 = n_1 n_2 + n_1(n_1+1)/2 - R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + n_2(n_2+1)/2 - R_2$$

$U_1 + U_2 = n_1 n_2$ 이므로 $U_2 = n_1 n_2 - U_1$ 으로 U_1 만 계산되면 U_2는 이 식에 의하여 계산할 수 있다. U_1과 U_2 중에서 적은 것을 U로 하여 표에 의해 유의성(有意性)을 검정한다.

표본수가 20 이상일 경우에는 다음과 같이 계산된 Z로서 정규분포에 의하여 유의성을 검정한다.

$$Z = \frac{U - n_1 n_2/2}{\sqrt{\{n_1 n_2/N(N-1)\}\{(N^3-N)/12 - \sum T\}}}$$

$$T = \frac{t^3 - t}{12}$$

이때 t는 주어진 순위에서 같은 순위를 가지는 개수이다.

```
10  REM FILE NAME : M-W
20  REM MANN-WHITNEY U TEST FOR TWO INDEPENDENT SAMPLES
30  DIM A(100),B(100),AB(200),C(200)
40  HOME
50  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION OF GROUP A?";NA
60  FOR I = 1 TO NA
70  PRINT "A GROUP  OBSERVATION ";I;
80  INPUT A(I)
90  NEXT I
100  PRINT
110  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION OF GROUP B?";NB
120  FOR I = 1 TO NB
130  PRINT "GROUP B  OBSERVATION ";I;
140  INPUT B(I)
150  NEXT I
160  FOR I = 1 TO NA
170 AB(I) = A(I)
180  NEXT I
190  FOR I = 1 TO NB
200 J = I + NA
210 AB(J) = B(I)
220  NEXT I
230 N = NA + NB
240  FOR I = 1 TO N
250 NX = 1
260  FOR J = 1 TO N
270  IF AB(J) >  = AB(I) GOTO 290
280 NX = NX + 1
290  NEXT J
300 C(I) = NX
310  NEXT I
320 NP = N + 1
330  FOR J = 1 TO N
340  IF C(J) = NP GOTO 480
350 NX = C(J)
360 T =  - 1
```

```
370  FOR I = 1 TO N
380  IF C(I) <  > NX GOTO 420
390 T = T + 1
400 AB(I) = C(I)
410 C(I) = 0
420  NEXT I
430  FOR I = 1 TO N
440  IF C(I) <  > 0 GOTO 470
450 AB(I) = AB(I) + T * 0.5
460 C(I) = NP
470  NEXT I
480  NEXT J
490  PR# 1
500  PRINT
510  PRINT
520  PRINT
530  PRINT "MANN-WHITNEY U TEST"
540  PRINT
550  PRINT "INPUT DATA"
560  PRINT
570  PRINT "GROUP A"
580  FOR I = 1 TO NA
590  PRINT "    ";A(I);
600  NEXT I
610  PRINT
620  PRINT "GROUP B"
630  FOR I = 1 TO NB
640  PRINT "    ";B(I);
650  NEXT I
660  PRINT
670  PRINT
680  PRINT "RANK OF COMBINED OBSERVATIONS"
690  FOR I = 1 TO N
700  PRINT "    ";AB(I);
710  NEXT I
720  PRINT
730 SR = 0
740  FOR I = 1 TO NA
750 SR = SR + AB(I)
760  NEXT I
770 UA = NA * NB + (NA * (NA + 1)) / 2 - SR
780 UB = NA * NB - UA
790  IF UA > UB GOTO 820
800 U = UA
810  GOTO 830
820 U = UB
830  PRINT
840  PRINT "NUMBER OF OBSERVATION OF GROUP A = ";NA
850  PRINT "NUMBER OF OBSERVATION OF GROUP B = ";NB
860  PRINT "TEST CRITERION U = ";U
870  IF NA > NB GOTO 900
880 K = NB
890  GOTO 910
900 K = NA
910  IF K <  = 20 GOTO 1070
920 ST = 0
930  FOR J = 1 TO N
940  IF AB(J) = 0 GOTO 1030
```

```
950 NT = 0
960 TE = AB(J)
970  FOR I = J TO N
980  IF TE <  > AB(I) GOTO 1010
990 NT = NT + 1
1000 AB(I) = 0
1010  NEXT I
1020 ST = ST + (NT ^ 3 - NT) / 12
1030  NEXT J
1035 AA = SQR((NA*NB/(N*(N - 1)))*((N ^ 3 - N)/12 - ST))
1040 Z =  ABS (U - NA * NB / 2) / AA
1050  PRINT
1060  PRINT "NORMAL DEVIATE = ";Z
1070  PR# 0
1080  GOTO 40
```

```
MANN-WHITNEY U TEST

INPUT DATA
GROUP A
   110   70   53   51
GROUP B
   78   64   75   45   82
RANK OF COMBINED OBSERVATIONS
   9   5   3   2   7   4   6   1   8
NUMBER OF OBSERVATION OF GROUP A = 4
NUMBER OF OBSERVATION OF GROUP B = 5
TEST CRITERION U = 9
```

6·4 Wilcoxon 의 부호있는 순위검정

두 군이 서로 짝을 지어 있을 때 그 짝간의 차를 계산하여 그 차의 절대치를 적은 것부터 큰 것까지 순위를 부여한 후 그 순위에 원래 차의 부호(符號)를 부여한다.

$$T_+ + T_- = \frac{n(n+1)}{2}$$

식에서, T_+ : 정(正)의 순위합, T_- : 부(負)의 순위합

T_+ 와 T_- 중 절대치가 적은 것을 T 로 하여 표에 의해 유의성검정을 한다. 표본수가 25 개 이상일 경우에는 정규분포에 의하여 검정한다.

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T}$$

식에서, $\mu_T = n(n+1)/4$, $\sigma_T = \sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}$

```
10  REM  FILE NAME : WILCOXON
20  REM  WILCOXON'S SIGNED RANKS TEST
30  DIM A(100),B(100),C(100)
40  HOME
```

```
50 INPUT "NO OF SAMPLES  ";N
60 PRINT
70 FOR I = 1 TO N
80 PRINT " A SAMPLE ";I;
90 INPUT A(I)
100 NEXT I
110 FOR I = 1 TO N
120 PRINT "B SAMPLE ";I;
130 INPUT B(I)
140 NEXT I
150 PR# 1
160 PRINT
170 PRINT
180 PRINT
190 PRINT "WILCOXON'S SIGNED RANKS TEST"
200 PRINT
210 PRINT "INPUT DATA"
220 PRINT "A"
230 FOR I = 1 TO N
240 PRINT "    ";A(I);
250 NEXT I
260 PRINT
270 PRINT "B"
280 FOR I = 1 TO N
290 PRINT "    ";B(I);
300 NEXT I
310 PRINT
320 FOR I = 1 TO N
330 A(I) = A(I) - B(I)
340 B(I) =  ABS (A(I))
350 NEXT I
360 PRINT "DIFFERENCE"
370 FOR I = 1 TO N
380 PRINT "    ";A(I);
390 NEXT I
400 PRINT
410 FOR I = 1 TO N
420 NX = 1
430 FOR J = 1 TO N
440 IF B(J) >  = B(I) GOTO 460
450 NX = NX + 1
460 NEXT J
470 C(I) = NX
480 NEXT I
490 NP = N + 1
500 FOR J = 1 TO N
510 IF C(J) = NP GOTO 650
520 NX = C(J)
530 T =  - 1
540 FOR I = 1 TO N
550 IF C(I) <  > NX GOTO 590
560 T = T + 1
570 B(I) = C(I)
580 C(I) = 0
590 NEXT I
600 FOR I = 1 TO N
610 IF C(I) <  > 0 GOTO 640
620 B(I) = B(I) + T * 0.5
```

```
630 C(I) = NP
640  NEXT I
650  NEXT J
660 SP = 0
670 SN = 0
680 NN = N
690  FOR I = 1 TO N
700  IF A(I) = 0 GOTO 760
710 A(I) = A(I) /  ABS (A(I))
720 B(I) = B(I) * A(I)
730  IF B(I) < 0 GOTO 760
740 SP = SP + B(I)
750  GOTO 800
760 SN = SN + B(I)
770  GOTO 800
780 NN = NN - 1
790 B(I) = 0
800  NEXT I
810  IF SP > SN GOTO 840
820 T = SP
830  GOTO 860
840 T = SN
850 TT =  SQR (NN * (NN + 1) * (2 * NN + 1) / 24)
860 Z = ( ABS (T) - (NN * (NN + 1)) / 4) / TT
870  PRINT
880  PRINT "SIGNED RANK"
890  FOR I = 1 TO N
900  PRINT "    ";B(I);
910  NEXT I
920  PRINT
930  PRINT
940  PRINT "POSITIVE TOTAL = ";SP
950  PRINT "NEGATIVE TOTAL = ";SN
960  PRINT
970  PRINT "NO OF COMPARISON = ";NN
980  PRINT "TEST CRITERION = "; ABS (T)
990  PRINT "NORMAL DEVIATE = ";Z
1000  PRINT "USE PURLISHED SIGNIFICANCE TABLES. IF 25 "
1010  PRINT " OR FEWER COMPARISONS, "
1020  PRINT "OTHERWISE USE NORMAL DEVIATE"
1040  PR# 0
1050  GOTO 40
```

```
WILCOXON'S SIGNED RANKS TEST

INPUT DATA
A
   543    54    55    56    58    59
B
   60    62    63    63    64    65
DIFFERENCE
    483    -8    -8    -7    -6    -6
SIGNED RANK
   6   -4.5   -4.5   -3   -1.5   -1.5
POSITIVE TOTAL = 6
NEGATIVE TOTAL = -15
```

```
NO OF COMPARISON = 6
TEST CRITERION = 15
NORMAL DEVIATE = .943456353
USE PURLISHED SIGNIFICANCE TABLES. IF 25
 OR FEWER COMPARISONS,
OTHERWISE USE NORMAL DEVIATE
```

6·5 Kruskal-Wallis의 순위에 의한 일원분류성적검정

k개의 군이 각각 n_i개의 반복치를 가지는 일원분류성적(一元分類成績)에서 군을 무시한 전체 관찰치를 대상으로 크기순으로 순위를 부여한다. 군간의 평균순위차의 검정통계량은 다음과 같다.

$$H=\frac{\frac{12}{N(N+1)}\sum\frac{R_i^2}{n_i}-3(N+1)}{1-\frac{\sum T}{N^3-N}}$$

$$df=K-1$$

식에서, N : 전체 관찰치수, R_i : i번째 군의 순위합, n_i : i번째 군의 반복수,

T : t^3-t, t : 같은 군 내의 같은 순위의 수

계산된 H는 표의 수치와 비교하여 유의성을 검정한다.

```
10  REM FILE NAME : K-W
20  REM KRUSKAL-WALLIS ONE-WAY ANUVA BY RANK
30  DIM X(1000),Y(1000),Z(1000),RX(1000),NK(100),SR(100)
40  HOME
50  INPUT "NUMBER OF GROUP?";K
60  FOR I = 1 TO K
70  PRINT "NUMBER OF OBSERVATION OF GROUP ";I;
80  INPUT NK(I)
90  NEXT I
100 N = 0
110  FOR I = 1 TO K
120 N = N + NK(I)
130  NEXT I
140 L = 1
150  FOR I = 1 TO K
160 KK = NK(I)
170  FOR J = 1 TO KK
180  PRINT "GROUP ";I;"  OBSERVATION ";J;
190  INPUT X(L)
200 Y(L) = X(L)
210 L = L + 1
220  NEXT J
230  NEXT I
240  FOR I = 1 TO N
250 NX = 1
260  FOR J = 1 TO N
270  IF X(J) >  = X(I) GOTO 290
```

```
280 NX = NX + 1
290  NEXT J
300 RX(I) = NX
310  NEXT I
320 NP = N + 1
330  FOR J = 1 TO N
340  IF RX(J) = NP GOTO 480
350 NX = RX(J)
360 T =  - 1
370  FOR I = 1 TO N
380  IF RX(I) <  > NX GOTO 420
390 T = T + 1
400 X(I) = RX(I)
410 RX(I) = 0
420  NEXT I
430  FOR I = 1 TO N
440  IF RX(I) <  > 0 GOTO 470
450 X(I) = X(I) + T * .5
460 RX(I) = NP
470  NEXT I
480  NEXT J
490  FOR I = 1 TO N
500 Z(I) = X(I)
510  NEXT I
520  FOR I = 1 TO K
530 SR(I) = 0
540  NEXT I
550 N1 = 1
560  FOR I = 1 TO K
570 N2 = N1 + NK(I) - 1
580  FOR J = N1 TO N2
590 SR(I) = SR(I) + X(J)
600  NEXT J
610 N1 = N2 + 1
620  NEXT I
630 F = 0
640  FOR I = 1 TO K
650 F = F + SR(I) * SR(I) / NK(I)
660  NEXT I
670 P1 = N + 1
680 NT = 0
690  FOR J = 1 TO N
700  IF X(J) = P1 GOTO 790
710 T = 0
720 TE = X(J)
730  FOR I = J TO N
740  IF TE <  > X(I) GOTO 770
750 T = T + 1
760 X(I) = P1
770  NEXT I
780 NT = NT + T ^ 3 - T
790  NEXT J
800 AN = 1 - NT / (N ^ 3 - N)
810 ST = (12 / (N * N + N) * F - 3 * (N + 1)) / AN
820 DF = K - 1
830  PR# 1
840  PRINT
850  PRINT
```

```
860  PRINT
870  PRINT "KRUSKAL-WALLIS TEST"
880  PRINT
890  PRINT "INPUT DATA"
900  PRINT
910 L = 1
920  FOR I = 1 TO K
930 KK = NK(I)
940  PRINT "GROUP ";I
950  FOR J = 1 TO KK
960  PRINT "    ";Y(L);
970 L = L + 1
980  NEXT J
990  PRINT
1000  NEXT I
1010  PRINT
1020  PRINT "RANK OF ALL OBSERVATION"
1030  PRINT
1040 L = 1
1050  FOR I = 1 TO K
1060 KK = NK(I)
1070  PRINT "GROUP ";I
1080  FOR J = 1 TO KK
1090  PRINT "    ";Z(L);
1100 L = L + 1
1110  NEXT J
1120  PRINT
1130  NEXT I
1140  PRINT
1150  PRINT "NUMBER OF GROUP = ";K
1160  PRINT "TEST OF CRITERION = ";ST
1170  PRINT "DEGREE OF FREEDOM = ";DF
1180  PR# 0
1190  GOTO 40
```

```
KRUSKAL-WALLIS TEST

INPUT DATA

GROUP 1
   20    28    33    32    44    36    18    33    29    11
GROUP 2
   35    28    32    35    23    24    20    16
GROUP 3
   33    36    26    31    32    33    29    34    32    32
GROUP 4
   32    33    32    29    33    25    26    28
GROUP 5
   26    26    29    20    20    21
GROUP 6
   31    29    31    25
GROUP 7
   26    22    22    25    12    12
GROUP 8
   25    24    30    15
```

```
RANK OF ALL OBSERVATION
GROUP 1
  8.5   27   47.5   41   56   54.5   6   47.5   31   1
GROUP 2
  52.5   27   41   52.5   14   15.5   8.5   5
GROUP 3
  47.5   54.5   23   36   41   47.5   31   51   41   41
GROUP 4
  41   47.5   41   31   47.5   18.5   23   27
GROUP 5
  23   23   31   8.5   8.5   11
GROUP 6
  36   31   36   18.5
GROUP 7
  23   12.5   12.5   18.5   2.5   2.5
GROUP 8
  18.5   15.5   34   4
NUMBER OF GROUP = 8
TEST OF CRITERION = 18.5886255
DEGREE OF FREEDOM = 7
```

6·6 Friedman의 순위에 의한 이원분류성적검정

t 개의 처리가 각각 b 개의 집구를 가지는 이원분류(二元分類)의 난괴법성적에서 순위로 처리간에 비교를 하는 방법으로서 b 개의 집구 각각에서 처리의 성적에 의하여 크기 순으로 순위를 부여하고 처리간 평균순위의 차이검정은 χ^2 검정에 의한다.

$$\chi^2 = \frac{12}{bt(t+1)} \Sigma r_{i.}^2 - 3b(t+1)$$

$$df = t - 1$$

식에서, b : 집구수, t : 처리수, $r_{i.}$: i 번째 처리의 순위합

```
10  REM  FILE NAME: FRIEDMAN
20  REM  FRIEDMAN'S TWO-WAY ANOVA BY RANKS
30  DIM X(50,20),P(50,20),JP(50),A(50)
40  HOME
50  INPUT "NO OF TREATMENT ? ";N
60  INPUT "NO OF BLOCKS ? ";M
70  FOR I = 1 TO N
80  FOR J = 1 TO M
90  PRINT "TREATMENT ";I;"  BLOCK ";J;
100  INPUT X(I,J)
110  NEXT J
120  NEXT I
130  FOR I = 1 TO M
140  FOR J = 1 TO N
150 NX = 1
160  FOR K = 1 TO N
170  IF X(K,I) > = X(J,I) GOTO 190
180 NX = NX + 1
```

```
190  NEXT K
200 A(J) = NX
210  NEXT J
220 NP = N + 1
230  FOR J = 1 TO N
240  IF A(J) = NP GOTO 380
250 NX = A(J)
260 T =  - 1
270  FOR K = 1 TO N
280  IF A(K) <  > NX GOTO 320
290 T = T + 1
300 P(K,I) = A(K)
310 A(K) = 0
320  NEXT K
330  FOR K = 1 TO N
340  IF A(K) <  > 0 GOTO 370
350 P(K,I) = P(K,I) + T * .5
360 A(K) = NP
370  NEXT K
380  NEXT J
390  NEXT I
400  FOR I = 1 TO N
410 TP(I) = 0
420  FOR J = 1 TO M
430 TP(I) = TP(I) + P(I,J)
440  NEXT J
450  NEXT I
460 SP = 0
470  FOR I = 1 TO N
480 SP = SP + TP(I) * TP(I)
490  NEXT I
500 CH = 12 / (M * N * (N + 1)) * SP - 3 * M * (N + 1)
510  PR# 1
520  PRINT : PRINT : PRINT
530  PRINT "FRIEDMAN TEST "
540  PRINT
550  PRINT "INPUT DATA "
560  FOR I = 1 TO N
570  PRINT " TP ";I;
580  FOR J = 1 TO M
590  PRINT "   ";X(I,J);
600  NEXT J
610  PRINT
620  NEXT I
630  PRINT
640  PRINT "RANK"
650  FOR I = 1 TO N
660  PRINT "TP  ";I;
670  FOR J = 1 TO M
680  PRINT "   ";P(I,J);
690  NEXT J
700  PRINT
710  NEXT I
720  PRINT
730  PRINT "CHI-SQUARE = ";CH
740  PRINT "DEGREE OF FREEDOM = ";N - 1
750  PR# 0
760  GOTO 40
```

```
FRIEDMAN TEST
INPUT DATA
 TP 1    44    59    60    41
 TP 2    33    19    49    71
 TP 3    44    40    45    31
 TP 4    68    66    30    64
 TP 5    63    49    59    71
 TP 6    64    73    77    67
RANK
TP  1    2.5   4   5   2
TP  2    1    1   3   5.5
TP  3    2.5   2   2   1
TP  4    6    5   1   3
TP  5    4    3   4   5.5
TP  6    5    6   6   4
CHI-SQUARE = 7.92857141
DEGREE OF FREEDOM = 5
```

6·7 Spearman 의 순위상관

두 표본이 서로 짝을 지어 있는 경우에는 각 표본별로 크기에 따라 순위를 정하여 그 순위간의 상관을 계산한다.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)},$$

식에서, $\sum d_i^2 = \sum (Rx_i - Ry_i)^2$: 두 표본간 순위차의 자승합, n : 짝을 지은 관찰치수

이 r_s 의 유의성검정은 다음 공식에 의하여 t 검정을 한다.

$$t = \frac{r_s}{\sqrt{(n-2)/(1-r_s^2)}}$$

$$df = n - 2$$

관찰치수가 30 이상으로 큰 경우에는 정규분포에 의하여 검정한다.

$$Z = r_s\sqrt{n-1}$$

```
10   REM FILE NAME : RANKCOR
20   REM SPEARMAN'S RANK CORRELATION COEFFICIENT
30   DIM A(100),B(100),RA(100),RB(100)
40   HOME
50   INPUT "NUMBER OF SAMPLE?";N
60   PRINT
70   PRINT "IS THIS DATA RANKED? TYPE Y OR N";
80   INPUT Z$
90   IF Z$ = "Y" OR Z$ = "N" GOTO 110
100   GOTO 60
110   PR# 1
120   PRINT
130   PRINT
140   PRINT
```

```
150  PRINT "SPEARMAN'S RANK CORRELATION COEFFICIENT"
160  PR# 0
170  IF Z$ = "N" GOTO 240
180  PRINT
190  FOR I = 1 TO N
200  PRINT "SAMPLE ";I;"  RANK A, RANK B ";
210  INPUT RA(I),RB(I)
220  NEXT I
230  GOTO 530
240  PRINT
250  FOR I = 1 TO N
260  PRINT "SAMPLE ";I;"  GROUP A, GROUP B ";
270  INPUT A(I),B(I)
280  NEXT I
290  FOR I = 1 TO N
300 NX = 1
310  FOR J = 1 TO N
320  IF A(J) >  = A(I) GOTO 340
330 NX = NX + 1
340  NEXT J
350 RA(I) = NX
360  NEXT I
370  FOR I = 1 TO N
380 NX = 1
390  FOR J = 1 TO N
400  IF B(J) >  = B(I) GOTO 420
410 NX = NX + 1
420  NEXT J
430 RB(I) = NX
440  NEXT I
450  PR# 1
460  PRINT
470  PRINT "INPUT DATA"
480  PRINT
490  PRINT "NO","GROUP A","GROUP B"
500  FOR I = 1 TO N
510  PRINT I,A(I),B(I)
520  NEXT I
530  FOR I = 1 TO N
540 A(I) = RA(I)
550  NEXT I
560  GOSUB 880
570  FOR I = 1 TO N
580 RA(I) = B(I)
590  NEXT I
600  FOR I = 1 TO N
610 A(I) = RB(I)
620  NEXT I
630  GOSUB 880
640  FOR I = 1 TO N
650 RB(I) = B(I)
660  NEXT I
670 RS = 0
680  FOR I = 1 TO N
690 B(I) = RA(I) - RB(I)
700 RS = RS + B(I) * B(I)
710  NEXT I
720 RS = 1 - 6 * RS / ((N - 1) * N * (N + 1))
```

```
730 T = RS *  SQR ((N - 2) / (1 - RS * RS))
740  PR# 1
750  PRINT
760  PRINT "RANK(ADJUSTED)"
770  PRINT
780  PRINT "GROUP A","GROUP B","DIFFERENCE"
790  FOR I = 1 TO N
800  PRINT RA(I),RB(I),B(I)
810  NEXT I
820  PRINT
830  PRINT "RANK CORRELATION COEFFICIENT = ";RS
840  PRINT "T VALUE = ";T
850  PRINT "DEGREE OF FREEDOM = ";N - 2
860  PR# 0
870  GOTO 40
880 NP = N + 1
890  FOR J = 1 TO N
900  IF A(J) - NP GOTO 1040
910 NX = A(J)
920 T =  - 1
930  FOR I = 1 TO N
940  IF A(I) <  > NX GOTO 980
950 T = T + 1
960 B(I) = A(I)
970 A(I) = 0
980  NEXT I
990  FOR I = 1 TO N
1000  IF A(I) <  > 0 GOTO 1030
1010 B(I) = B(I) + T * .5
1020 A(I) = NP
1030  NEXT I
1040  NEXT J
1050  RETURN
```

```
SPEARMAN'S RANK CORRELATION COEFFICIENT

INPUT DATA

NO                GROUP A           GROUP B
1                 49                37
2                 44                24
3                 32                12
4                 42                22
5                 32                13
6                 53                29
7                 36                14
8                 39                20
9                 37                16
10                45                21
11                41                22
12                48                25
13                45                23
14                39                18
15                40                20
16                34                15
17                37                20
18                35                13
```

```
RANK(ADJUSTED)

GROUP A              GROUP B              DIFFERENCE
17                   18                   -1
13                   15                   -2
1.5                  1                    .5
12                   12.5                 -.5
1.5                  2.5                  -1
18                   17                   1
5                    4                    1
8.5                  9                    -.5
6.5                  6                    .5
14.5                 11                   3.5
11                   12.5                 -1.5
16                   16                   0
14.5                 14                   .5
8.5                  7                    1.5
10                   9                    1
3                    5                    -2
6.5                  9                    -2.5
4                    2.5                  1.5

RANK CORRELATION COEFFICIENT = .959236326
T VALUE = 13.5770538
DEGREE OF FREEDOM = 16
```

7. 유전통계분석

7·1 F_2분산에 의한 유전력 및 유전상관

두 양친의 품종 P_1과 P_2의 교배 에 의해 생긴 F_1과 F_2 및 $B_1(P_1 \times F_1)$과 $B_2(P_2 \times F_1)$ 세대의 분산·공분산을 이용하여 유전력(遺傳力)과 유전상관(遺傳相關)을 계산한다.

유전분산 : $V_G = V_{F_2} - V_E$

환경분산 : $V_E = \dfrac{V_{P_1} + V_{P_2} + V_{F_1}}{3}$

광의의 유전력 : $h_B{}^2 = \dfrac{V_G}{V_G + V_E} = \dfrac{V_G}{V_{F_2}}$

BC 세대가 있을 경우에는 다음과 같은 식으로 협의의 유전력을 추정한다.

협의의 유전력 : $h_N{}^2 = \dfrac{2\,V_{F_2} - (V_{B_1} + V_{B_2})}{V_{F_2}}$

표현형상관계수는 F_2의 분산 σ^2_{Pii}, 공분산 σ^2_{Pij}에 의하여 계산하고, 유전상관계수는 앞에서 추정한 유전분산 σ^2_{Gii}과 유전공분산 σ^2_{Gij}에 의하여 계산한다.

표현형상관계수 : $r_{Pij} = \dfrac{\sigma^2_{Pij}}{\sqrt{\sigma^2_{Pii} \cdot \sigma^2_{Pjj}}}$

유전상관계수 : $r_{Gij} = \dfrac{\sigma^2_{Gjj}}{\sqrt{\sigma^2_{Gii} \cdot \sigma^2_{Gjj}}}$

```
10   REM FILE NAME : HERF2
20   REM HERITABILITY AND GENOTYPIC CORRELATION FROM F2 AND BC
      GENERATION
30   DIM X(300,10),T(10),P1(10,10),P2(10,10),F1(10,10),F2(10,
      10)
40   DIM B1(10,10),B2(10,10),G(10,10),H(10),Q(10)
50   HOME
60   PRINT "1. P1, P2, F1, AND F2"
70   PRINT "2. P1, P2, F1, F2, B1, AND B2"
80   PRINT : INPUT "TYPE 1 OR 2 ";A$
90   IF A$ = "1" OR A$ = "2" GOTO 110
100   GOTO 60
110   INPUT "NUMBER OF VARIABLE?";M
120   INPUT "NUMBER OF OBSERVATION OF P1?";N
130   PR# 1
140   PRINT "    INPUT DATA OF P1"
150   GOSUB 1090
160   FOR I = 1 TO M
170   FOR J = I TO M
```

```
180 P1(I,J) = B2(I,J)
190  NEXT J
200  NEXT I
210  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION OF P2?";N
220  PR# 1
230  PRINT
240  PRINT "     INPUT DATA OF P2"
250  GOSUB 1090
260  FOR I = 1 TO M
270  FOR J = I TO M
280 P2(I,J) = B2(I,J)
290  NEXT J
300  NEXT I
310  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION OF F1?";N
320  PR# 1
330  PRINT
340  PRINT "     INPUT DATA OF F1"
350  GOSUB 1090
360  FOR I = 1 TO M
370  FOR J = I TO M
380 F1(I,J) = B2(I,J)
390  NEXT J
400  NEXT I
410  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION OF F2?";N
420  PR# 1
430  PRINT
440  PRINT "     INPUT DATA OF F2"
450  GOSUB 1090
460  FOR I = 1 TO M
470  FOR J = I TO M
480 F2(I,J) = B2(I,J)
490  NEXT J
500  NEXT I
510  IF A$ = "1" GOTO 660
520  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION OF B1?";N
530  PR# 1
540  PRINT
550  PRINT "     INPUT DATA OF B1"
560  GOSUB 1090
570  FOR I = 1 TO M
580  FOR J = I TO M
590 B1(I,J) = B2(I,J)
600  NEXT J
610  NEXT I
620  INPUT "NUMBER OF OBSERVATION OF B2?";N
630  PR# 1
640  PRINT "     INPUT DATA OF B2"
650  GOSUB 1090
660  PR# 1
670  FOR I = 1 TO M
680 H(I) = F2(I,I)
690  FOR J = I TO M
700 R(I,J) = F2(I,J) - (P1(I,J) + P2(I,J) + F1(I,J)) / 3
710  NEXT J
720  NEXT I
730  PRINT
740  PRINT "VAR. COM.","GENOTYPIC VARIANCE"
750  FOR I = 1 TO M
```

```
760  FOR J = I TO M
770  PRINT I" X "J,R(I,J)
780  NEXT J
790  NEXT I
800  PRINT
810  PRINT "    HERITABILITY"
820  PRINT "VARIABLE" TAB( 17)"BROAD" TAB( 32)"NARROW"
830  FOR I = 1 TO M
840 Q(I) = R(I,I)
850 HB = R(I,I) / H(I)
860  PRINT  TAB( 4)I TAB( 15)HB;
870  IF A$ = "1" GOTO 910
880 HN = (H(I) * 2 - B1(I,I) - B2(I,I)) / H(I)
890  PRINT  TAB( 30)HN
900  GOTO 920
910  PRINT
920  NEXT I
930  PRINT
940  PRINT "    PHENOTYPIC AND GENOTYPIC CORRELATION"
950  PRINT "VAR. COM."TAB(15)"PHENOTYPIC"TAB(30)"GENOTYPIC"
960  FOR I = 1 TO M
970  FOR J = I TO M
980 PR = F2(I,J) /  SQR (H(I) * H(J))
990  PRINT I" X "J TAB( 15)PR;
1000  IF Q(I) < 0 OR Q(J) < 0 GOTO 1040
1010 GC = R(I,J) /  SQR (Q(I) * Q(J))
1020  PRINT  TAB( 30)GC
1030  GOTO 1050
1040  PRINT
1050  NEXT J
1060  NEXT I
1070  PR# 0
1080  GOTO 50
1090  PR# 0
1100  FOR I = 1 TO M
1110 T(I) = 0
1120  FOR J = I TO M
1130 B2(I,J) = 0
1140  NEXT J
1150  NEXT I
1160  FOR I = 1 TO N
1170  FOR J = 1 TO M
1180  PRINT "OBSERVATION "I"  VARIABLE "J;
1190  INPUT X(I,J)
1200  NEXT J
1210  NEXT I
1220  FOR I = 1 TO N
1230  FOR J = 1 TO M
1240 T(J) = T(J) + X(I,J)
1250  FOR K = J TO M
1260 B2(J,K) = B2(J,K) + X(I,J) * X(I,K)
1270  NEXT K
1280  NEXT J
1290  NEXT I
1300  FOR I = 1 TO M
1310  FOR J = I TO M
1320 B2(I,J) = (B2(I,J) - T(I) * T(J) / N) / (N - 1)
1330  NEXT J
```

```
1340  NEXT I
1350  PR# 1
1360  PRINT "OBSERVATION / VARIABLE"
1370  FOR I = 1 TO N
1380  PRINT I;
1390  FOR J = 1 TO M
1400  PRINT "     "X(I,J);
1410  NEXT J
1420  PRINT
1430  NEXT I
1440  PRINT "TOTAL"
1450  FOR I = 1 TO M
1460  PRINT "     "T(I);
1470  NEXT I
1480  PRINT
1490  PRINT "VARIANCE AND COVARIANCE"
1500  FOR I = 1 TO M
1510  FOR J = I TO M
1520  PRINT "    "B2(I,J);
1530  NEXT J
1540  PRINT
1550  NEXT I
1560  PR# 0
1570  RETURN
```

```
    INPUT DATA OF P1
OBSERVATION / VARIABLE
1     2     5     7
2     3     5     8
3     2     6     8
TOTAL
     7     16     23
VARIANCE AND COVARIANCE
   .333333334    -.166666666    .166666668
   .333333336    .166666672
   .333333343
    INPUT DATA OF P2
OBSERVATION / VARIABLE
1     5     10     13
2     5     12     14
3     7     10     17
TOTAL
     17     32     44
VARIANCE AND COVARIANCE
   1.33333334    -.666666657    2.33333334
   1.33333334    -.666666657
   4.33333334
    INPUT DATA OF F1
OBSERVATION / VARIABLE
1     4     8     13
2     3     8     14
3     5     10     16
TOTAL
     12     26     43
VARIANCE AND COVARIANCE
   1    1    1
   1.33333334    1.66666669
```

```
   2.33333334

     INPUT DATA OF F2
OBSERVATION / VARIABLE
1     2     3     8
2     4     15    14
3     3     4     20
4     6     8     12
5     8     10    15
6     10    14    18
TOTAL
     33    54    87
VARIANCE AND COVARIANCE
   9.5   9.8   5.1
   24.8  5.8
   18.3
     INPUT DATA OF B1
OBSERVATION / VARIABLE
1     1     4     6
2     3     8     8
3     4     7     8
TOTAL
     8     19    22
VARIANCE AND COVARIANCE
   2.33333333   2.66666667   1.66666667
   4.33333334   2.33333334
   1.33333334
     INPUT DATA OF B2
OBSERVATION / VARIABLE
1     6     10    16
2     4     8     15
3     6     11    12
TOTAL
     16    29    43
VARIANCE AND COVARIANCE
   1.33333334   1.66666667   -.666666657
   2.33333334   -1.83333331
   4.33333334
VAR. COM.       GENOTYPIC VARIANCE
1 X 1           8.61111112
1 X 2           9.74444445
1 X 3           3.93333333
2 X 2           23.8
2 X 3           5.4111111
3 X 3           15.9666667
     HERITABILITY
VARIABLE        BROAD           NARROW
   1          .906432749      1.61403509
   2          .959677419      1.7311828
   3          .872495446      1.69034608
     PHENOTYPIC AND GENOTYPIC CORRELATION
VAR. COM.     PHENOTYPIC      GENOTYPIC
1 X 1         1               1
1 X 2         .638466967      .68067376
1 X 3         .386796761      .335447088
2 X 2         1               .999999999
2 X 3         .272255466      .277581708
3 X 3         1               1
```

7·2 이면교배유전분석(역교배가 있는 경우)

n 개 품종간의 모든 가능한 교배조합의 F_1 과 양친이 만드는 $n \times n$ 개의 유전자형(遺傳子型)을 난괴법으로 배치하였을 경우의 통계적 모형은 다음과 같다.

$$X_{ijk} = \mu + \rho_{ij} + \beta_k + \epsilon_{ijk}$$

식에서, μ : 전체 모집단의 평균, ρ_{ij} : i 번째 자친(雌親)과 j 번째 웅친(雄親)간의 F_1 효과, β_k : k 번째의 집구효과, ϵ_{ijk} : 임의변량$\sim N(0,\ \sigma^2)$

이에 따른 분산분석은 n 개의 처리와 b 개의 집구에 의한 난괴법의 분산분석과 동일하다.

$W_r - V_r$ 의 분산분석을 위하여 먼저 V_r 와 W_r 를 계산한다. V_r 는 각 행(array)의 분산, W_r 는 삭 행의 F_1 과 양친간의 공분산으로서 이들을 각각 반복별로 계산하여 W_r 와 V_r 의 차에 의하여 $W_r - V_r$ 를 계산한다.

i 번째 V_r 는

$$V_r = \sum X_{ij}^2 - \sum (X_{ij})^2/n$$

i 번째 W_r 는

$$W_r = \sum X_{ij}X_{jj} - \sum (X_{ij}) \sum (X_{jj})/n$$

$W_r - V_r$ 는 $n \times b$ 의 이원분류성적이므로 난괴법의 경우와 같이 분산분석을 한다.

정역효과(正逆效果)가 없는 것으로 가정하여 F_1 과 양친의 평균성적 G 에서 같은 양친의 정과 역교배 F_1 을 평균하여 F_1 의 평균으로 한다.

$$G_{ij} = (G_{ij} + G_{ji})/2$$

이 평균에 의하여 앞에서와 같은 방법으로 V_r 와 W_r 를 계산한 후 V_r 에 대한 W_r 의 회귀식을 추정한다.

$$b = \frac{\sum V_r W_r - \sum V_r \sum W_r/n}{\sum V_r^2 - (\sum V_r)^2/n}$$

$$a = \overline{W}_r - b\overline{V}_r$$

각 변이의 성분량은 다음과 같이 추정한다.

$$D = V_{0L0} - E$$

$$F = 2\ V_{0L0} - 4\ W_{0L01} - \frac{2(n-2)}{n}E$$

$$H_1 = V_{0L0} - 4\ W_{0L01} + 4\ V_{1L1} - \frac{(3n-2)}{n}E$$

$$H_2 = H_1\{1-(n-v)^2\} = 4\ V_{1L1} - 4\ V_{0L1} - 2\ E$$

$$h^2 = 4(M_{L1} - M_{L0})^2 - \frac{4(n-1)}{n^2}E$$

식에서, V_{0L0} : 양친간의 분산, E : 환경분산(잔차 MS/반복수), V_{0L1} : 행(array) 평균의 분산, V_{0L1} : 행분산의 평균($\sum V_r/n$), W_{0L01} : 행과 양친간의 공분산의 평균($\sum W_r/n$), $(M_{L1} - M_{L0})^2$: 양친과 행의 평균간 차의 자승$[\{\frac{1}{n}(\frac{1}{n}\sum G_{i\cdot} - \sum G_{ii})\}^2]$

각 변이의 성분량 추정치의 표준오차는 우선 $s^2=\{V_{ar}(W_r-V_r)\}/2$ 를 계산하고 이 s^2 을 다음과 같은 해당 승수(乘數 ; multiplier)에 곱하여 평방근한 것이 해당 성분의 표준오차이다.

성 분 량	승 수
D	$(n^5+n^4)/n^5$
F	$(4n^5+20n^4-16n^3+16n^2)/n^5$
H_1	$(n^5+41n^4-12n^3+4n^2)/n^5$
H_2	$(36n^4)/n^5$
h^2	$(16n^2+16n^2-32n+16)/n^5$
E	n^4/n^5

$$\text{광의의 유전력}=\frac{\frac{1}{2}D+\frac{1}{2}H_1-\frac{1}{4}H_2-\frac{1}{2}F}{\frac{1}{2}D+\frac{1}{2}H_1-\frac{1}{4}H_2-\frac{1}{2}F+E}$$

$$\text{협의의 유전력}=\frac{\frac{1}{2}D+\frac{1}{2}H_1-\frac{1}{2}H_2-\frac{1}{2}F}{\frac{1}{2}D+\frac{1}{2}H_1-\frac{1}{4}H_2-\frac{1}{2}F+E}$$

$$\text{유효인자의 수}=\frac{h^2}{H_2}$$

```
10  REM FILE NAME : DIALL1
20  REM DIALLEL CROSS ANALYSIS
30  REM RB DESIGN. PARENT AND RECIPROCAL F1
40  REM N=NO OF ARRAY. M=NO OF BLOCK
50  DIM X(6,12,12),T(12,12),VR(6,12),WR(6,12)
60  DIM TR(6,12),G(6),DA(6),WV(6,12)
70  INPUT "NO OF ARRAY?";N
80  INPUT "NO OF BLOCK?";M
90  FOR I = 1 TO M
100  FOR J = 1 TO N
110  FOR K = 1 TO N
120  PRINT "BLOCK ";I;"  ROW ";J;"  COLUMN ";K;
130  INPUT X(I,J,K)
140  NEXT K
150  NEXT J
160  NEXT I
170  FOR I = 1 TO M
180 G(I) = 0
190 DA(I) = 0
200  FOR J = 1 TO N
210 VR(I,J) = 0
220 WR(I,J) = 0
230 TR(I,J) = 0
240  NEXT J
250  NEXT I
260  FOR J = 1 TO N
270  FOR K = 1 TO N
280 T(J,K) = 0
290  NEXT K
300  NEXT J
```

```
310 GT = 0
320 S1 = 0
330 S2 = 0
340 S3 = 0
350 S4 = 0
360  FOR I = 1 TO M
370  FOR J = 1 TO N
380 DA(I) = DA(I) + X(I,J,J)
390  FOR K = 1 TO N
400 GT = GT + X(I,J,K)
410 S1 = S1 + X(I,J,K) * X(I,J,K)
420 T(J,K) = T(J,K) + X(I,J,K)
430 G(I) = G(I) + X(I,J,K)
440 TR(I,J) = TR(I,J) + X(I,K,J)
450 VR(I,J) = VR(I,J) + X(I,K,J) * X(I,K,J)
460 WR(I,J) = WR(I,J) + X(I,K,J) * X(I,K,K)
470  NEXT K
480  NEXT J
490  NEXT I
500  FOR I = 1 TO M
510 S2 = S2 + G(I) * G(I)
520  NEXT I
530  FOR J = 1 TO N
540  FOR K = 1 TO N
550 S3 = S3 + T(J,K) * T(J,K)
560  NEXT K
570  NEXT J
580 NN = N * N
590 CF = GT * GT / (NN * M)
600 S1 = S1 - CF
610 S2 = S2 / NN - CF
620 S3 = S3 / M - CF
630 S4 = S1 - S2 - S3
640 D1 = NN * M - 1
650 D2 = M - 1
660 D3 = NN - 1
670 D4 = D2 * D3
680 M2 = S2 / D2
690 M3 = S3 / D3
700 M4 = S4 / D4
710  PR# 1
720  PRINT
730  PRINT
740  PRINT
750  PRINT "DIALLEL CROSS ANALYSIS"
760  PRINT
770  PRINT "INFUT DATA"
780  FOR I = 1 TO M
790  PRINT
800  PRINT "BLOCK ";I
810  FOR J = 1 TO N
820  FOR K = 1 TO N
830  PRINT "    ";X(I,J,K);
840  NEXT K
850  PRINT
860  NEXT J
870  PRINT
880  PRINT "ARRAY TOTAL"
```

```
890  FOR J = 1 TO N
900  PRINT "    ";TR(I,J);
910  NEXT J
920  PRINT
930  PRINT
940  PRINT "PARENT TOTAL =";DA(I)
950  PRINT "BLOCK TOTAL =";G(I)
960  NEXT I
970  PRINT
980  PRINT "GRAND TOTAL =";GT
990  FOR J = 1 TO N
1000  FOR K = 1 TO N
1010 T(J,K) = T(J,K) / M
1020  NEXT K
1030  NEXT J
1040  PRINT
1050  PRINT "ENTRY MEAN"
1060  FOR J = 1 TO N
1070  FOR K = 1 TO N
1080  PRINT "    ";T(J,K);
1090  NEXT K
1100  PRINT
1110  NEXT J
1120  PRINT
1130  PRINT "ANALYSIS OF VARIANCE"
1140  PRINT "SV";TAB( 10);"DF";TAB( 20);"SS";TAB( 36);"MS"
1150  PRINT "TOTAL"; TAB( 10);D1; TAB( 17);S1
1160  PRINT "BLOCK"; TAB( 10);D2; TAB( 17);S2; TAB( 35);M2
1170  PRINT "ENTRY"; TAB( 10);D3; TAB( 17);S3; TAB( 35);M3
1180  PRINT "ERROR"; TAB( 10);D4; TAB( 17);S4; TAB( 35);M4
1190  FOR I = 1 TO M
1200  FOR J = 1 TO N
1210 VR(I,J) = (VR(I,J) - TR(I,J) * TR(I,J) / N) / (N - 1)
1220 WR(I,J) = (WR(I,J) - TR(I,J) * DA(I) / N) / (N - 1)
1230 WV(I,J) = WR(I,J) - VR(I,J)
1240  NEXT J
1250  NEXT I
1260 S1 = 0
1270 S2 = 0
1280 S3 = 0
1290 GG = 0
1300  FOR I = 1 TO M
1310 TR(1,I) = 0
1320  NEXT I
1330  FOR J = 1 TO N
1340 TR(2,J) = 0
1350  NEXT J
1360  FOR I = 1 TO M
1370  FOR J = 1 TO N
1380 GG = GG + WV(I,J)
1390 S1 = S1 + WV(I,J) * WV(I,J)
1400 TR(1,I) = TR(1,I) + WV(I,J)
1410 TR(2,J) = TR(2,J) + WV(I,J)
1420  NEXT J
1430  NEXT I
1440  FOR I = 1 TO M
1450 S2 = S2 + TR(1,I) * TR(1,I)
1460  NEXT I
```

```
1470  FOR J = 1 TO N
1480 S3 = S3 + TR(2,J) * TR(2,J)
1490  NEXT J
1500 CF = GG * GG / (N * M)
1510 S1 = S1 - CF
1520 S2 = S2 / N - CF
1530 S3 = S3 / M - CF
1540 S4 = S1 - S2 - S3
1550  PRINT
1560  PRINT "VR"
1570  FOR I = 1 TO M
1580  FOR J = 1 TO N
1590  PRINT "    ";VR(I,J);
1600  NEXT J
1610  PRINT
1620  NEXT I
1630  PRINT
1640  PRINT "WR"
1650  FOR I = 1 TO M
1660  FOR J = 1 TO N
1670  PRINT "    ";WR(I,J);
1680  NEXT J
1690  PRINT
1700  NEXT I
1710  PRINT
1720  PRINT "WR - VR"
1730  FOR I = 1 TO M
1740  FOR J = 1 TO N
1750  PRINT "    ";WV(I,J);
1760  NEXT J
1770  PRINT
1780  NEXT I
1790 MN = (M - 1) * (N - 1)
1800  PRINT
1810  PRINT "ANALYSIS OF VARIANCE ( WR - VR )"
1820  PRINT "SV";TAB( 10);"DF";TAB( 20);"SS";TAB( 36);"MS"
1830  PRINT "TOTAL"; TAB( 10);N * M - 1; TAB( 17);S1
1840  PRINT "BLOCK"; TAB( 10);M - 1; TAB( 17);S2; TAB( 35);
        S2 / (M - 1)
1850  PRINT "ARRAY"; TAB( 10);N - 1; TAB( 17);S3; TAB( 35);
        S3 / (N - 1)
1860  PRINT "ERROR";TAB( 10);MN;TAB( 17);S4;TAB( 35);S4/MN
1870  FOR I = 1 TO N
1880 VR(2,I) = 0
1890  NEXT I
1900 SR = 0
1910 ST = 0
1920  FOR J = 1 TO N
1930  FOR K = J TO N
1940 T(J,K) = (T(J,K) + T(K,J)) / 2
1950 T(K,J) = T(J,K)
1960  NEXT K
1970  FOR K = 1 TO N
1980 VR(2,J) = VR(2,J) + T(J,K)
1990  NEXT K
2000  NEXT J
2010  FOR I = 1 TO N
2020 VR(1,I) = 0
```

```
2030 WR(1,I) = 0
2040 TR(1,I) = 0
2050 VR(2,I) = VR(2,I) / N
2060 SR = SR + VR(2,I) * VR(2,I)
2070 ST = ST + VR(2,I)
2080  NEXT I
2090 SR = (SR - ST * ST / N) / (N - 1)
2100 PT = 0
2110 V = 0
2120 W = 0
2130 WV = 0
2140 VT = 0
2150 WT = 0
2160 VP = 0
2170  FOR I = 1 TO N
2180 PT = PT + T(I,I)
2190 VP = VP + T(I,I) * T(I,I)
2200  FOR J = 1 TO N
2210 VR(1,I) = VR(1,I) + T(I,J) * T(I,J)
2220 WR(1,I) = WR(1,I) + T(I,J) * T(J,J)
2230 TR(1,I) = TR(1,I) + T(I,J)
2240  NEXT J
2250  NEXT I
2260 T2 = 0
2270 T3 = 0
2280 S6 = 0
2290  FOR I = 1 TO N
2300 VR(1,I) = (VR(1,I) - TR(1,I) * TR(1,I) / N) / (N - 1)
2310 WR(1,I) = (WR(1,I) - TR(1,I) * PT / N) / (N - 1)
2320 V = V + VR(1,I) * VR(1,I)
2330 W = W + WR(1,I) * WR(1,I)
2340 WV = WV + VR(1,I) * WR(1,I)
2350 VT = VT + VR(1,I)
2360 WT = WT + WR(1,I)
2370 T3 = T3 + TR(1,I)
2380 T2 = T2 + (WR(1,I) - VR(1,I))
2390 S6 = S6 + (WR(1,I) - VR(1,I)) ^ 2
2400  NEXT I
2410 S6 = (S6 - T2 * T2 / N) / (N - 1)
2420 V = V - VT * VT / N
2430 W = W - WT * WT / N
2440 WV = WV - VT * WT / N
2450 B = WV / V
2460 A = WT / N - B * VT / N
2470 VP = (VP - PT * PT / N) / (N - 1)
2480 SE =  SQR ((W - B * WV) / ((N - 2) * V))
2490  PRINT
2500  PRINT "PARENT AND F1 MEAN"
2510  FOR I = 1 TO N
2520  FOR J = 1 TO N
2530  PRINT "   ";T(I,J);
2540  NEXT J
2550  PRINT
2560  NEXT I
2570  PRINT
2580  PRINT "ARRAY MEAN"
2590  FOR I = 1 TO N
2600  PRINT "   ";VR(2,I);
```

```
2610 NEXT I
2620 PRINT
2630 PRINT
2640 PRINT "VR AND WR FOR MEAN"
2650 PRINT "VR"
2660 FOR I = 1 TO N
2670 PRINT "    ";VR(1,I);
2680 NEXT I
2690 PRINT
2700 PRINT "WR"
2710 FOR I = 1 TO N
2720 PRINT "    ";WR(1,I);
2730 NEXT I
2740 PRINT
2750 PRINT
2760 PRINT "REGRESSION OF WR ON VR"
2770 PRINT "WR = ";A;" + ";B;" VR"
2780 PRINT "STANDARD ERROR OF B = ";SE
2790 PRINT
2800 PRINT "VARIANCE OF PARENT = ";VP
2810 M4 = M4 / M
2820 D = VP - M4
2830 H1 = 4 * VT / N + VP - 4 * WT / N - (3 * N - 2) * M4/N
2840 H2 = 4 * VT / N - 4 * SR - 2 * M4
2850 HS = 4 * (T3 / NN - PT / N) ^ 2 - 4 * (N - 1) * M4/NN
2860 F = 2 * VP - 4 * WT / N - (2 * (N - 2)) * M4 / N
2870 N3 = NN * N
2880 N4 = N3 * N
2890 N5 = N4 * N
2900 E1 =  SQR (S6 * (N4 / N5))
2910 E2 =  SQR (S6 * ((N4 + N5) / N5))
2920 E3 =  SQR (S6 * ((4 * N5 + 20 * N4 - 16 * N3 + 16 * NN)
     / N5))
2930 E4 =  SQR (S6 * ((N5 + 41 * N4 - 12 * N3 + 4 * NN)/N5))
2940 E5 =  SQR (S6 * (36 * N4 / N5))
2950 E6 =  SQR (S6 * ((16 * N4 + 16 * NN - 32 * N + 16)/N5))
2960 HD =  SQR (H1 / D)
2970 UV = H2 / 4 / H1
2980 VA = D / 2 + H1 / 2 - H2 / 2 - F / 2
2990 VD = H2 / 4
3000 NH = VA / (VA + VD + M4)
3010 BH = (VA + VD) / (VA + VD + M4)
3020 NG = HS / H2
3030 PRINT
3040 PRINT "D = ";D;"    S.E. = ";E2
3050 PRINT "F = ";F;"    S.E. = ";E3
3060 PRINT "H1= ";H1;"    S.E. = ";E4
3070 PRINT "H2= ";H2;"    S.E. = ";E5
3080 PRINT "H^2=";HS;"    S.E. = ";E6
3090 PRINT "E = ";M4;"    S.E. = ";E1
3100 PRINT
3110 PRINT "SQR(H1/D) = ";HD
3120 PRINT "H2/4H1 = ";UV
3130 PRINT "NARROW HERITABILITY = ";NH
3140 PRINT "BROAD HERITABILITY = ";BH
3150 PRINT "NO OF GROUP OF GENE = ";NG
3160 PR# 0
3170 GOTO 70
```

```
DIALLEL CROSS ANALYSIS

INPUT DATA

BLOCK 1
   47.86    47.6    40.53    31.3
   48.83    41.93    39    30.45
   41.63    38.35    31.84    30.5
   32.22    30.04    29.61    22.55
ARRAY TOTAL
   170.54    157.92    140.98    114.8
PARENT TOTAL =144.18
BLOCK TOTAL =584.24

BLOCK 2
   45.89    48.7    38.15    30.75
   37.35    39.48    35.17    31.1
   35.1    34.04    24.77    29.75
   29.26    29.09    30.14    25.12
ARRAY TOTAL
   147.6    151.31    128.23    116.72

PARENT TOTAL =135.26
BLOCK TOTAL =543.86

GRAND TOTAL =1128.1

ENTRY MEAN
   46.875    48.15    39.34    31.025
   43.09    40.705    37.085    30.775
   38.365    36.195    28.305    30.125
   30.74    29.565    29.875    23.835

ANALYSIS OF VARIANCE
  SV       DF        SS                MS
TOTAL      31      1641.5117
BLOCK      1       50.9545136        50.9545136
ENTRY      15      1495.3835         99.6922333
ERROR      15      95.1736908        6.34491272

VR
   58.3869661    54.1091321    28.4595    16.9616664
   47.5440655    70.543691    34.5302245    7.65326596

WR
   80.9891326    80.8334993    58.3009326    38.814333
   64.6047662    83.6257826    57.9291166    19.9935328

WR - VR
   22.6021665    26.7243671    29.8414326    21.8526665
   17.0607008    13.0820916    23.3988921    12.3402669

ANALYSIS OF VARIANCE ( WR - VR )
  SV       DF        SS                MS
TOTAL      7       273.039758
BLOCK      1       154.340863        154.340863
ARRAY      3       98.6339578        32.877986
ERROR      3       20.0649366        6.68831222
```

```
PARENT AND F1 MEAN
   46.875    45.62    38.8525    30.8825
   45.62    40.705    36.64    30.17
   38.8525    36.64    28.305    30
   30.8825    30.17    30    23.835

ARRAY MEAN
   40.5575    38.28375    33.449375    28.721875

VR AND WR FOR MEAN
VR
   54.0174535    42.739289    25.9122098    10.7601722
WR
   74.4460748    67.5087077    51.7728284    26.6412954

REGRESSION OF WR ON VR
WR = 18.5550052 + 1.09532972 VR
STANDARD ERROR OF B = .155657225

VARIANCE OF PARENT = 114.341099

D = 111.168643    S.E. = 5.09096122
F = 5.14083615    S.E. = 13.0789162
H1= 19.4701768    S.E. = 14.798856
H2= 16.1084504    S.E. = 13.6604824
H^2=-1.9617032    S.E. = 9.26568928
E = 3.17245636    S.E. = 2.27674707

SQR(H1/D) = .418498393
H2/4H1 = .206834928
NARROW HERITABILITY = .883679679
BROAD HERITABILITY = .948743995
NO OF GROUP OF GENE = -.121781
```

7·3 이면교배유전분석(역교배가 없는 경우)

이면교배에서 역교배가 없는 경우에는 n 개의 양친에 의하여 $\{n(n-1)\}/2$ 개의 F_1 과 n 개의 양친인 $\{n(n+1)\}/2$ 개의 유전자형에 의한 유전분석을 한다. V_r 와 W_r 의 계산은 역교배가 없으므로 동일 양친에 의한 F_1 의 역교배는 정교배의 수치를 넣어 계산하며, 그 밖의 모든 계산과정은 앞에서 설명한 역교배가 있는 경우의 이면교배유전분석과 같으므로 여기에서는 생략하기로 한다.

```
10  REM FILE NAME : DIALL2
20  REM DIALLEL CROSS ANALYSIS
30  REM RB DESIGN. PARENT AND NOT RECIPROCAL F1
40  REM N=NO OF ARRAY. M=NO OF BLOCK
50  DIM X(6,12,12),T(12,12),VR(6,12),WR(6,12)
60  DIM TR(6,12),G(6),DA(6),WV(6,12)
70  INPUT "NO OF ARRAY?";N
```

```
80  INPUT "NO OF BLOCK?";M
90  FOR I = 1 TO M
100  FOR J = 1 TO N
110  FOR K = J TO N
120  PRINT "BLOCK ";I;"  ROW ";J;"  COLUMN ";K;
130  INPUT X(I,J,K)
140  NEXT K
150  NEXT J
160  NEXT I
170  FOR I = 1 TO M
180 G(I) = 0
190 DA(I) = 0
200  FOR J = 1 TO N
210 VR(I,J) = 0
220 WR(I,J) = 0
230 TR(I,J) = 0
240  NEXT J
250  NEXT I
260  FOR J = 1 TO N
270  FOR K = 1 TO N
280 T(J,K) = 0
290  NEXT K
300  NEXT J
310 GT = 0
320 S1 = 0
330 S2 = 0
340 S3 = 0
350 S4 = 0
360  FOR I = 1 TO M
370  FOR J = 1 TO N
380  FOR K = J TO N
390 X(I,K,J) = X(I,J,K)
400 GT = GT + X(I,J,K)
410 S1 = S1 + X(I,J,K) * X(I,J,K)
420 G(I) = G(I) + X(I,J,K)
430  NEXT K
440  NEXT J
450  NEXT I
460  FOR I = 1 TO M
470  FOR J = 1 TO N
480 DA(I) = DA(I) + X(I,J,J)
490  FOR K = 1 TO N
500 T(J,K) = T(J,K) + X(I,J,K)
510 TR(I,J) = TR(I,J) + X(I,K,J)
520 VR(I,J) = VR(I,J) + X(I,K,J) * X(I,K,J)
530 WR(I,J) = WR(I,J) + X(I,K,J) * X(I,K,K)
540  NEXT K
550  NEXT J
560  NEXT I
570  FOR I = 1 TO M
580 S2 = S2 + G(I) * G(I)
590  NEXT I
600  FOR J = 1 TO N
610  FOR K = J TO N
620 S3 = S3 + T(J,K) * T(J,K)
630  NEXT K
640  NEXT J
650 NN = N * (N + 1) / 2
```

```
660 CF = GT * GT / (NN * M)
670 S1 = S1 - CF
680 S2 = S2 / NN - CF
690 S3 = S3 / M - CF
700 S4 = S1 - S2 - S3
710 D1 = NN * M - 1
720 D2 = M - 1
730 D3 = NN - 1
740 D4 = D2 * D3
750 M2 = S2 / D2
760 M3 = S3 / D3
770 M4 = S4 / D4
780  PR# 1
790  PRINT
800  PRINT
810  PRINT
820  PRINT "DIALLEL CROSS ANALYSIS"
830  PRINT
840  PRINT "INPUT DATA"
850  FOR I = 1 TO M
860  PRINT
870  PRINT "BLOCK ";I
880  FOR J = 1 TO N
890  FOR K = 1 TO J
900  PRINT "   ";X(I,J,K);
910  NEXT K
920  PRINT
930  NEXT J
940  PRINT
950  PRINT "ARRAY TOTAL"
960  FOR J = 1 TO N
970  PRINT "   ";TR(I,J);
980  NEXT J
990  PRINT
1000  PRINT
1010  PRINT "PARENT TOTAL =";DA(I)
1020  PRINT "BLOCK TOTAL =";G(I)
1030  NEXT I
1040  PRINT
1050  PRINT "GRAND TOTAL =";GT
1060  FOR J = 1 TO N
1070  FOR K = 1 TO N
1080 T(J,K) = T(J,K) / M
1090  NEXT K
1100  NEXT J
1110  PRINT
1120  PRINT "ENTRY MEAN"
1130  FOR J = 1 TO N
1140  FOR K = 1 TO J
1150  PRINT "   ";T(J,K);
1160  NEXT K
1170  PRINT
1180  NEXT J
1190  PRINT
1200  PRINT "ANALYSIS OF VARIANCE"
1210  PRINT "SV";TAB( 10);"DF";TAB( 20);"SS";TAB( 36);"MS"
1220  PRINT "TOTAL"; TAB( 10);D1; TAB( 17);S1
1230  PRINT "BLOCK"; TAB( 10);D2; TAB( 17);S2; TAB( 35);M2
```

```
1240  PRINT "ENTRY"; TAB( 10);D3; TAB( 17);S3; TAB( 35);M3
1250  PRINT "ERROR"; TAB( 10);D4; TAB( 17);S4; TAB( 35);M4
1260  FOR I = 1 TO M
1270  FOR J = 1 TO N
1280 VR(I,J) = (VR(I,J) - TR(I,J) * TR(I,J) / N) / (N - 1)
1290 WR(I,J) = (WR(I,J) - TR(I,J) * DA(I) / N) / (N - 1)
1300 WV(I,J) = WR(I,J) - VR(I,J)
1310  NEXT J
1320  NEXT I
1330 S1 = 0
1340 S2 = 0
1350 S3 = 0
1360 GG = 0
1370  FOR I = 1 TO M
1380 TR(1,I) = 0
1390  NEXT I
1400  FOR J = 1 TO N
1410 TR(2,J) = 0
1420  NEXT J
1430  FOR I = 1 TO M
1440  FOR J = 1 TO N
1450 GG = GG + WV(I,J)
1460 S1 = S1 + WV(I,J) * WV(I,J)
1470 TR(1,I) = TR(1,I) + WV(I,J)
1480 TR(2,J) = TR(2,J) + WV(I,J)
1490  NEXT J
1500  NEXT I
1510  FOR I = 1 TO M
1520 S2 = S2 + TR(1,I) * TR(1,I)
1530  NEXT I
1540  FOR J = 1 TO N
1550 S3 = S3 + TR(2,J) * TR(2,J)
1560  NEXT J
1570 CF = GG * GG / (N * M)
1580 S1 = S1 - CF
1590 S2 = S2 / N - CF
1600 S3 = S3 / M - CF
1610 S4 = S1 - S2 - S3
1620  PRINT
1630  PRINT "VR"
1640  FOR I = 1 TO M
1650  FOR J = 1 TO N
1660  PRINT "    ";VR(I,J);
1670  NEXT J
1680  PRINT
1690  NEXT I
1700  PRINT
1710  PRINT "WR"
1720  FOR I = 1 TO M
1730  FOR J = 1 TO N
1740  PRINT "    ";WR(I,J);
1750  NEXT J
1760  PRINT
1770  NEXT I
1780  PRINT
1790  PRINT "WR - VR"
1800  FOR I = 1 TO M
1810  FOR J = 1 TO N
```

```
1820  PRINT "    ";WV(I,J);
1830  NEXT J
1840  PRINT
1850  NEXT I
1855 MN = (M - 1) * (N - 1)
1860  PRINT
1870  PRINT "ANALYSIS OF VARIANCE ( WR - VR )"
1880  PRINT "SV"; TAB( 10);"DF"; TAB( 20);"SS"; TAB( 36);"MS"
1890  PRINT "TOTAL"; TAB( 10);N * M - 1; TAB( 17);S1
1900  PRINT "BLOCK"; TAB( 10);M - 1; TAB( 17);S2; TAB( 35);
       S2 / (M - 1)
1910  PRINT "ARRAY"; TAB( 10);N - 1; TAB( 17);S3; TAB( 35);
       S3 / (N - 1)
1920  PRINT "ERROR"; TAB( 10);MN;TAB( 17);S4;TAB( 35);S4/MN
1930  FOR I = 1 TO N
1940 VR(2,I) = 0
1950  NEXT I
1960 SR = 0
1970 ST = 0
1980  FOR J = 1 TO N
1990  FOR K = 1 TO N
2000 VR(2,J) = VR(2,J) + T(J,K)
2010  NEXT K
2020  NEXT J
2030  FOR I = 1 TO N
2040 VR(1,I) = 0
2050 WR(1,I) = 0
2060 TR(1,I) = 0
2070 VR(2,I) = VR(2,I) / N
2080 SR = SR + VR(2,I) * VR(2,I)
2090 ST = ST + VR(2,I)
2100  NEXT I
2110 SR = (SR - ST * ST / N) / (N - 1)
2120 PT = 0
2130 V = 0
2140 W = 0
2150 WV = 0
2160 VT = 0
2170 WT = 0
2180 VP = 0
2190 T2 = 0
2200 T3 = 0
2210 S6 = 0
2220  FOR I = 1 TO N
2230 PT = PT + T(I,I)
2240 VP = VP + T(I,I) * T(I,I)
2250  FOR J = 1 TO N
2260 VR(1,I) = VR(1,I) + T(I,J) * T(I,J)
2270 WR(1,I) = WR(1,I) + T(I,J) * T(J,J)
2280 TR(1,I) = TR(1,I) + T(I,J)
2290  NEXT J
2300  NEXT I
2310  FOR I = 1 TO N
2320 VR(1,I) = (VR(1,I) - TR(1,I) * TR(1,I) / N) / (N - 1)
2330 WR(1,I) = (WR(1,I) - TR(1,I) * PT / N) / (N - 1)
2340 V = V + VR(1,I) * VR(1,I)
2350 W = W + WR(1,I) * WR(1,I)
2360 WV = WV + VR(1,I) * WR(1,I)
```

```
2370 VT = VT + VR(1,I)
2380 WT = WT + WR(1,I)
2390 T3 = T3 + TR(1,I)
2400 T2 = T2 + (WR(1,I) - VR(1,I))
2410 S6 = S6 + (WR(1,I) - VR(1,I)) ^ 2
2420  NEXT I
2430 V = V - VT * VT / N
2440 S6 = (S6 - T2 * T2 / N) / (N - 1)
2450 W = W - WT * WT / N
2460 WV = WV - VT * WT / N
2470 B = WV / V
2480 A = WT / N - B * VT / N
2490 VP = (VP - PT * PT / N) / (N - 1)
2500 SE =  SQR ((W - B * WV) / ((N - 2) * V))
2510  PRINT
2520  PRINT "VR AND WR FOR MEAN"
2530  PRINT "VR"
2540  FOR I = 1 TO N
2550  PRINT "    ";VR(1,I);
2560  NEXT I
2570  PRINT
2580  PRINT "WR"
2590  FOR I = 1 TO N
2600  PRINT "    ";WR(1,I);
2610  NEXT I
2620  PRINT
2630  PRINT
2640  PRINT "REGRESSION OF WR ON VR"
2650  PRINT "WR = ";A;" + ";B;" VR"
2660  PRINT "STANDARD ERROR OF B = ";SE
2670  PRINT
2680  PRINT "VARIANCE OF PARENT = ";VP
2690 M4 = M4 / M
2700 D = VP - M4
2710 H1 = 4 * VT/N + VP - 4 * WT/N - (3 * N - 2) * M4/N
2720 H2 = 4 * VT / N - 4 * SR + (2 * (NN - 1)) * M4 / NN
2730 HD =  SQR (H1 / D)
2740 F = 2 * VP - 4 * WT / N - (2 * (N - 2)) * M4 / N
2750 UV = H2 / 4 / H1
2760 VA = D / 2 + H1 / 2 - H2 / 2 - F / 2
2770 VD = H2 / 4
2780 NH = VA / (VA + VD + M4)
2790 BH = (VA + VD) / (VA + VD + M4)
2800 N2 = N * N
2810 N3 = N2 * N
2820 N4 = N3 * N
2830 N5 = N4 * N
2840 E1 =  SQR (S6 * (N4 / N5))
2850 E2 =  SQR (S6 * ((N4 + N5) / N5))
2860 E3 =  SQR (S6 * ((4 * N5 + 20 * N4 - 16 * N3 + 16 * N2)/N5))
2870 E4 =  SQR (S6 * ((N5 + 41 * N4 - 12 * N3 + 4 * N2)/N5))
2880 E5 =  SQR (S6 * (36 * N4 / N5))
2890 E6 =  SQR (S6 * ((16 * N4 + 16 * N2 - 32 * N + 16)/N5))
2900 HS = 4 * (T3 / N2 - PT / N) ^ 2 - 4 * (N - 1) * M4 / N2
2910 NG = HS / H2
2920  PRINT
2930  PRINT "D = ";D;"     S.E. = ";E2
2940  PRINT "F = ";F;"     S.E. = ";E3
```

```
2950  PRINT "H1 = ";H1;"     S.E. = ";E4
2960  PRINT "H2 = ";H2;"     S.E. = ";E5
2970  PRINT "H^2= ";HS;"     S.E. = ";E6
2980  PRINT "E = ";M4;"    S.E. = ";E1
2990  PRINT
3000  PRINT "SQR(H1/D) = ";HD
3010  PRINT "H2/4H1 = ";UV
3020  PRINT "NARROW HERITABILITY = ";NH
3030  PRINT "BROAD HERITABILITY = ";BH
3040  PRINT "NO OF GROUP OF GENE = ";NG
3050  PR# 0
3060  GOTO 70
```

```
DIALLEL CROSS ANALYSIS

INPUT DATA

BLOCK 1
   47.86
   48.22    41.92
   41.08    38.68    31.84
   31.76    30.25    30.06    22.55
ARRAY TOTAL
   168.92   159.07   141.66   114.62
PARENT TOTAL =144.17
BLOCK TOTAL =364.22

BLOCK 2
   45.89
   43.03    39.48
   36.63    34.61    24.77
   30.01    30.1    29.95    25.12
ARRAY TOTAL
   155.56   147.22   125.96   115.18
PARENT TOTAL =135.26
BLOCK TOTAL =339.59
GRAND TOTAL =703.81
ENTRY MEAN
   46.875
   45.625   40.7
   38.855   36.645   28.305
   30.885   30.175   30.005   23.835
ANALYSIS OF VARIANCE
  SV       DF         SS                  MS
TOTAL      19      1142.9015
BLOCK      1       30.3318634          30.3318634
ENTRY      9       1076.48905          119.609895
ERROR      9       36.0805817          4.00895352
VR
   59.5067997   55.9478245   28.069699    17.1433662
   50.0338669   31.8937658   27.8946661   6.00629934
WR
   82.6126995   81.8412749   57.8041496   40.8450502
   68.5437998   56.1581656   51.3043327   14.5236995
WR - VR
   23.1058998   25.8934504   29.7344507   23.701684
```

```
   18.5099329    24.2643999    23.4096667    8.51740011

ANALYSIS OF VARIANCE ( WR - VR )
  SV      DF        SS                  MS
TOTAL     7      280.013596
BLOCK     1      96.1474362         96.1474362
ARRAY     3      132.842553         44.2808511
ERROR     3      51.0236063         17.0078688

VR AND WR FOR MEAN
VR
   54.0153663    42.7231713    25.920358    10.7728663
WR
   74.4324907    67.4854342    51.7685954    26.6474161

REGRESSION OF WR ON VR
WR = 18.5470104 + 1.09528566 VR
STANDARD ERROR OF B = .155706073

VARIANCE OF PARENT = 114.321856

D = 112.317379     S.E. = 5.08938271
F = 6.30529794     S.E. = 13.0748609
H1 = 22.4084891     S.E. = 14.7942674
H2 = 26.0779517     S.E. = 13.6562468
H^2= -1.07515091     S.E. = 9.26281634
E = 2.00447676     S.E. = 2.27604114

SQR(H1/D) = .446665909
H2/4H1 = .290938309
NARROW HERITABILITY = .857208718
BROAD HERITABILITY = .966421517
NO OF GROUP OF GENE = -.0412283495
```

7·4 조합능력검정(역교배가 있는 경우)

n 개의 양친에 의하여 만드는 모든 가능한 교배조합(이면교배)에서 $n \times n$ 개의 유전자형에 의한 조합능력을 검정하는 것으로서 그 통계적 모형은 다음과 같다.

$$X_{ijk} = \mu + v_{ij} + \beta_k + \epsilon_{ijk}$$

식에서, μ : 전체 모집단의 평균, v_{ij} : $\rho_i + \rho_j + \theta_{ij}$, ρ_i : i 번째 친(親)의 일반조합능력(GCA)효과, ρ_j : j 번째 친의 일반조합능력(GCA)효과, θ_{ij} : i 번째 친과 j 번째 친에 의한 특정조합능력(SCA)효과, β_k : k 번째 집구효과, ϵ_{ijk} : 임의변량$\sim N(0, \sigma^2)$

n^2 개의 유전자형과 b 개 집구에 의한 난괴법 분산분석을 한 후 GCA 와 SCA 효과의 유의성검정을 위한 분산분석은 전유전자형 평균행렬 G 에 의하여 각 평방합(SS)을 다음과 같이 계산한다.

$$\text{GCA 의 } SS = \frac{1}{2n}\Sigma(G_{i\cdot} + G_{\cdot j})^2 - 2\,G_{\cdot\cdot}^2/n^2$$

$$\text{SCA 의 } SS = \frac{1}{2}\Sigma G_{ij}(G_{ij} + G_{ji}) - \frac{1}{2n}\Sigma(G_{i\cdot} + G_{\cdot j})^2 - G_{\cdot\cdot}^2/n^2$$

정역효과 $SS=\frac{1}{2}\sum_{i<j}\sum(G_{ij}-G_{ji})^2$

오차의 MS=난괴법 분산분석 오차의 MS/b

각 효과는 다음과 같이 계산한다.

평균효과 : $m=G_{..}/n^2$

GCA 효과 : $g_i=(G_{i.}+G_{.j})/2n-m$

SCA 효과 : $S_{ij}=(G_{ij}+G_{ji})/2-(G_{i.}+G_{.i}+G_{j.}+G_{.j})/2n$

정역효과 : $r_{ij}=(G_{ij}-G_{ji})/2$

각 효과 및 효과차의 표준오차는 다음과 같이 계산되는 분산의 평방근이다.

S^2=조합능력검정 분산분석의 오차 MS

$\text{Var}(m)=\frac{1}{n^2}S^2$

$\text{Var}(g_i)=\frac{(n-1)}{2n^2}S^2$

$\text{Var}(S_{ii})=\frac{(n-1)^2}{n^2}S^2$

$\text{Var}(S_{ij})=\frac{(n^2-2n+2)}{2n^2}S^2$

$\text{Var}(r_{ij})=\frac{1}{2}S^2$

$\text{Var}(g_i-g_j)=\frac{1}{n}S^2$

$\text{Var}(S_{ii}-S_{jj})=\frac{2(n-2)}{n}S^2$

$\text{Var}(S_{ii}-S_{ij})=\frac{(3n-2)}{2n}S^2$

$\text{Var}(S_{ii}-S_{jk})=\frac{3(n-2)}{2n}S^2$

$\text{Var}(S_{ij}-S_{ik}=\frac{(n-1)}{n}S^2$

$\text{Var}(S_{ij}-S_{kl})=\frac{(n-2)}{n}2S^2$

$\text{Var}(r_{ij}-r_{kl})=S^2$

```
10  REM FILE NAME : DIALL3
20  REM COMBINING ABILITY FROM DIALLEL CROSS
30  REM RB DESIGN. PARENT AND RECIPROCAL F1
40  REM N=NO OF ARRAY. M=NO OF BLOCK
50  DIM X(6,12,12),T(12,12),G(6),TR(12)
60  DIM TC(12),GC(12),SC(12,12),RE(12,12)
70  INPUT "NO OF ARRAY?";N
80  INPUT "NO OF BLOCK?";M
90  FOR I = 1 TO M
100  FOR J = 1 TO N
110  FOR K = 1 TO N
120  PRINT "BLOCK ";I;"  ROW ";J;"  COLUMN ";K;
130  INPUT X(I,J,K)
140  NEXT K
150  NEXT J
```

```
160  NEXT I
170  FOR I = 1 TO M
180 G(I) = 0
190  NEXT I
200  FOR J = 1 TO N
210 TR(J) = 0
220 TC(J) = 0
230  FOR K = 1 TO N
240 T(J,K) = 0
250  NEXT K
260  NEXT J
270 GT = 0
280 S1 = 0
290 S2 = 0
300 S3 = 0
310  FOR I = 1 TO M
320  FOR J = 1 TO N
330  FOR K = 1 TO N
340 GT = GT + X(I,J,K)
350 G(I) = G(I) + X(I,J,K)
360 T(J,K) = T(J,K) + X(I,J,K)
370 S1 = S1 + X(I,J,K) * X(I,J,K)
380  NEXT K
390  NEXT J
400  NEXT I
410  FOR I = 1 TO M
420 S2 = S2 + G(I) * G(I)
430  NEXT I
440  FOR J = 1 TO N
450  FOR K = 1 TO N
460 S3 = S3 + T(J,K) * T(J,K)
470  NEXT K
480  NEXT J
490 NN = N * N
500 NM = NN * M
510 CF = GT * GT / NM
520 S1 = S1 - CF
530 S2 = S2 / NN - CF
540 S3 = S3 / M - CF
550 S4 = S1 - S2 - S3
560 D1 = NM - 1
570 D2 = M - 1
580 D3 = NN - 1
590 D4 = D2 * D3
600 M2 = S2 / D2
610 M3 = S3 / D3
620 M4 = S4 / D4
630  PR# 1
640  PRINT
650  PRINT
660  PRINT
670  PRINT "COMBINING ABILITY"
680  PRINT
690  PRINT "INPUT DATA"
700  FOR I = 1 TO M
710  PRINT
720  PRINT "BLOCK ";I
730  FOR J = 1 TO N
```

```
740  FOR K = 1 TO N
750  PRINT "    ";X(I,J,K);
760  NEXT K
770  PRINT
780  NEXT J
790  PRINT
800  PRINT "BLOCK TOTAL = ";G(I)
810  NEXT I
820  PRINT
830  PRINT "GRAND TOTAL = ";GT
840  FOR J = 1 TO N
850  FOR K = 1 TO N
860 T(J,K) = T(J,K) / M
870  NEXT K
880  NEXT J
890  PRINT
900  PRINT "ANALYSIS OF VARIANCE"
910  PRINT "SV";TAB( 10);"DF";TAB( 20);"SS";TAB( 36);"MS"
920  PRINT "TOTAL"; TAB( 10);D1; TAB( 17);S1
930  PRINT "BLOCK"; TAB( 10);D2; TAB( 17);S2; TAB( 35);M2
940  PRINT "VARIETY"; TAB( 10);D3; TAB( 17);S3; TAB( 35);M3
950  PRINT "ERROR"; TAB( 10);D4; TAB( 17);S4; TAB( 35);M4
960  PRINT
970  PRINT "VARIETY MEAN"
980  FOR J = 1 TO N
990  FOR K = 1 TO N
1000  PRINT "    ";T(J,K);
1010  NEXT K
1020  PRINT
1030  NEXT J
1040 S5 = 0
1050 S6 = 0
1060 S7 = 0
1070 GT = 0
1080  FOR I = 1 TO N
1090  FOR J = 1 TO N
1100 GT = GT + T(I,J)
1110 TR(I) = TR(I) + T(I,J)
1120 TC(J) = TC(J) + T(I,J)
1130 S6 = S6 + (T(I,J) + T(J,I)) * T(I,J)
1140  NEXT J
1150  NEXT I
1160  FOR I = 1 TO N
1170 S5 = S5 + (TR(I) + TC(I)) ^ 2
1180  NEXT I
1190  FOR I = 1 TO N - 1
1200  FOR J = I + 1 TO N
1210 S7 = S7 + (T(I,J) - T(J,I)) ^ 2
1220  NEXT J
1230  NEXT I
1240 S7 = S7 / 2
1250 S6 = S6 / 2 - S5 / (2 * N) + GT * GT / NN
1260 S5 = S5 / (2 * N) - GT * GT * 2 / NN
1270 D5 = N - 1
1280 D6 = N * (N - 1) / 2
1290 M5 = S5 / D5
1300 M6 = S6 / D6
1310 M7 = S7 / D6
```

```
1320 M8 = M4 / M
1330  PRINT
1340  PRINT "ANALYSIS OF VARIANCE"
1350  PRINT "SV";TAB( 12);"DF";TAB( 22);"SS";TAB( 38);"MS"
1360  PRINT "G C A"; TAB( 12);D5; TAB( 19);S5; TAB( 37);M5
1370  PRINT "S C A"; TAB( 12);D6; TAB( 19);S6; TAB( 37);M6
1380  PRINT "RECIPROCAL";TAB( 12);D6;TAB( 19);S7;TAB( 37);M7
1390  PRINT "ERROR"; TAB( 12);D4; TAB( 37);M8
1400 GM = GT / NN
1410  FOR I = 1 TO N
1420 GC(I) = (TR(I) + TC(I)) / (2 * N) - GM
1430  FOR J = 1 TO N
1440 TT = TR(I) + TC(I) + TR(J) + TC(J))
1450 SC(I,J) = (T(I,J) + T(J,I) / 2 - TT / (2 * N) + GM
1460 RE(I,J) = (T(I,J) - T(J,I)) / 2
1470  NEXT J
1480  NEXT I
1490 E1 = M8 / NN
1500 E2 = (N - 1) / (2 * NN) * M8
1510 E3 = (N - 1) * (N - 1) / NN * M8
1520 E4 = (NN - 2 * N + 2) / (2 * NN) * M8
1530 E5 = M8 / 2
1540 E6 = M8 / N
1550 E7 = 2 * (N - 2) / N * M8
1560 E8 = (3 * N - 2) / (2 * N) * M8
1570 E9 = 3 * (N - 2) / (2 * N) * M8
1580 F1 = (N - 1) / N * M8
1590 F2 = (N - 2) / N * M8
1600  PRINT
1610  PRINT "MEAN EFFECT U = ";GM
1620  PRINT
1630  PRINT "G C A EFFECT"
1640  FOR I = 1 TO N
1650  PRINT "    ";GC(I);
1660  NEXT I
1670  PRINT
1680  PRINT
1690  PRINT "S C A EFFECT"
1700  FOR I = 1 TO N
1710  FOR J = 1 TO N
1720  PRINT "    ";SC(I,J);
1730  NEXT J
1740  PRINT
1750  NEXT I
1760  PRINT
1770  PRINT "RECIPROCAL EFFECT"
1780  FOR I = 1 TO N
1790  FOR J = 1 TO N
1800  PRINT "    ";RE(I,J);
1810  NEXT J
1820  PRINT
1830  NEXT I
1840  PRINT
1850  PRINT "STANDARD ERROR"
1860  PRINT "S.E.(      U      ) = "; SQR (E1)
1870  PRINT "S.E.(     GI      ) = "; SQR (E2)
1880  PRINT "S.E.(     SII     ) = "; SQR (E3)
1890  PRINT "S.E.(     SIJ     ) = "; SQR (E4)
```

```
1900  PRINT "S.E.(      RIJ       ) = "; SQR (E5)
1910  PRINT "S.E.(   GI  -  GJ    ) = "; SQR (E6)
1920  PRINT "S.E.( SII  -  SJJ ) = "; SQR (E7)
1930  PRINT "S.E.( SII  -  SIJ ) = "; SQR (E8)
1940  PRINT "S.E.( SII  -  SJK ) = "; SQR (E9)
1950  PRINT "S.E.( SIJ  -  SIK ) = "; SQR (F1)
1960  PRINT "S.E.( SIJ  -  SKL ) = "; SQR (F2)
1970  PRINT "S.E.( RIJ  -  RKL ) = "; SQR (M8)
1980  PR# 0
1990  GOTO 70
```

```
COMBINING ABILITY

INPUT DATA

BLOCK 1
   18.31    19    16.86
   18.81    17.17    19
   21    21.91    22.45
BLOCK TOTAL = 174.51
BLOCK 2
   20.75    19.23    20.64
   17.89    19.63    20.13
   24.74    17    20.69
BLOCK TOTAL = 180.7
GRAND TOTAL = 355.21
ANALYSIS OF VARIANCE
  SV        DF        SS                 MS
TOTAL       17        71.6312218
BLOCK       1         2.12866783         2.12866783
VARIETY     8         36.7996731         4.59995914
ERROR       8         32.7028809         4.08786011
VARIETY MEAN
   19.53    19.115    18.75
   18.35    18.4    19.565
   22.87    19.455    21.57
ANALYSIS OF VARIANCE
  SV            DF        SS                 MS
G C A           2         9.1954484          4.5977242
S C A           3         .418530226         .139510075
RECIPROCAL      3         8.78586249         2.92862083
ERROR           8                            2.04393005
MEAN EFFECT U = 19.7338889

G C A EFFECT
   -.0430555493    -.853055544    .896111116

S C A EFFECT
   -.117777795    -.105277799    .223055534
   -.105277792    .372222207    -.266944461
   .223055542    -.266944461    .0438888669

RECIPROCAL EFFECT
   0    .3825    -2.06
   -.3825    0    .0549999997
   2.06    -.0549999997    0
```

```
STANDARD ERROR
S.E.(      U      ) = .476553606
S.E.(     GI      ) = .476553606
S.E.(     SII     ) = .953107212
S.E.(     SIJ     ) = .753497411
S.E.(     RIJ     ) = 1.01092286
S.E.(  GI  -  GJ  ) = .825415058
S.E.( SII  - SJJ  ) = 1.16731317
S.E.( SII  - SIJ  ) = 1.54421018
S.E.( SII  - SJK  ) = 1.01092286
S.E.( SIJ  - SIK  ) = 1.16731317
S.E.( SIJ  - SKL  ) = .825415058
S.E.( RIJ  - RKL  ) = 1.42966082
```

7·5 조합능력검정(역교배가 없는 경우)

n 개의 양친에 의한 이면교배에서 역교배가 없는 경우에는 n 개의 양친과 $\{n(n-1)\}/2$ 개의 F_1 이 있으므로 $\{n(n+1)\}/2$ 개의 유전자형과 b 개의 집구로 되어 있는 난괴법 분산분석을 한다.

각 유전자형의 평균행렬 G 에 의하여 GCA 와 SCA 의 SS 를 다음과 같이 계산하여 분산분석을 한다.

GCA 의 $SS = \frac{1}{n+2}\{\Sigma(G_{i\cdot} + G_{ii})^2 - \frac{4}{n}G_{\cdot\cdot}^2\}$

SCA 의 $SS = \sum_{i\le j}\sum G_{ij}^2 - \frac{1}{n+2}\Sigma(G_{i\cdot} + G_{ii})^2 + \frac{2}{(n+1)(n+2)}G_{\cdot\cdot}^2$

오차의 MS = 난괴법 분산분석 오차의 MS/b

각 효과도 평균행렬 G 에 의하여 계산한다.

평균효과 : $m = \frac{2}{n(n+1)}G_{\cdot\cdot}$

GCA 효과 : $g_i = \frac{1}{n+2}(G_{i\cdot} + G_{ii} - \frac{2}{n}G_{\cdot\cdot})$

SCA 효과 : $S_{ij} = G_{ij} - \frac{1}{n+2}(G_{i\cdot} + G_{ii} + G_{\cdot j} + G_{jj} + \frac{2}{(n+1)(n+2)}G_{\cdot\cdot}$

각 효과 및 효과차의 표준오차는 다음과 같이 계산되는 분산의 평방근이다.

S^2 = 조합능력 분산분석의 오차 MS

$\mathrm{Var}(m) = \frac{2}{n(n+1)}S^2$

$\mathrm{Var}(g_i) = \frac{(n-1)}{n(n+2)}S^2$

$\mathrm{Var}(S_{ii}) = \frac{n(n-1)}{(n+1)(n+2)}S^2$

$\mathrm{Var}(S_{ij}) = \frac{(n^2+n+2)}{(n+1)(n+2)}S^2$

$\mathrm{Var}(g_i - g_j) = \frac{2}{(n+2)}S^2$

$$\mathrm{Var}(S_{ii} - S_{jj}) = \frac{2(n-2)}{(n+2)} S^2$$

$$\mathrm{Var}(S_{ij} - S_{ik}) = \frac{2(n+1)}{(n+2)} S^2$$

$$\mathrm{Var}(S_{ij} - S_{kl}) = \frac{2n}{(n+2)} S^2$$

```
10  REM  FILE NAME : DIALL4
20  REM COMBINING ABILITY FROM DIALLEL CROSS
30  REM  RB DESIGN. PARENT AND NOT RECIPROCAL F1
40  REM N=NO OF ARRAY. M=NO OF BLOCK
50  DIM X(6,12,12),T(12,12),G(6),TR(12)
60  DIM TC(12),GC(12),SC(12,12),RE(12,12)
70  INPUT "NO OF ARRAY?";N
80  INPUT "NO OF BLOCK?";M
90  FOR I = 1 TO M
100  FOR J = 1 TO N
110  FOR K = J TO N
120  PRINT "BLOCK ";I;"  ROW ";J;"  COLUMN ";K;
130  INPUT X(I,J,K)
140  NEXT K
150  NEXT J
160  NEXT I
170  FOR I = 1 TO M
180 G(I) = 0
190  NEXT I
200  FOR J = 1 TO N
210 TR(J) = 0
220 TC(J) = 0
230  FOR K = 1 TO N
240 T(J,K) = 0
250  NEXT K
260  NEXT J
270 GT = 0
280 S1 = 0
290 S2 = 0
300 S3 = 0
310  FOR I = 1 TO M
320  FOR J = 1 TO N
330  FOR K = J TO N
340 X(I,K,J) = X(I,J,K)
350 GT = GT + X(I,J,K)
360 G(I) = G(I) + X(I,J,K)
370 T(J,K) = T(J,K) + X(I,J,K)
380 S1 = S1 + X(I,J,K) * X(I,J,K)
390  NEXT K
400  NEXT J
410  NEXT I
420  FOR I = 1 TO M
430 S2 = S2 + G(I) * G(I)
440  NEXT I
450  FOR J = 1 TO N
460  FOR K = J TO N
470 S3 = S3 + T(J,K) * T(J,K)
480  NEXT K
490  NEXT J
500 NN = N * (N + 1) / 2
510 NM = NN * M
```

```
520 CF = GT * GT / NM
530 S1 = S1 - CF
540 S2 = S2 / NN - CF
550 S3 = S3 / M - CF
560 S4 = S1 - S2 - S3
570 D1 = NM - 1
580 D2 = M - 1
590 D3 = NN - 1
600 D4 = D2 * D3
610 M2 = S2 / D2
620 M3 = S3 / D3
630 M4 = S4 / D4
640  PR# 1
650  PRINT
660  PRINT
670  PRINT
680  PRINT "COMBINING ABILITY"
690  PRINT
700  PRINT "INPUT DATA"
710  FOR I = 1 TO M
720  PRINT
730  PRINT "BLOCK ";I
740  FOR J = 1 TO N
750  FOR K = 1 TO J
760  PRINT "    ";X(I,J,K);
770  NEXT K
780  PRINT
790  NEXT J
800  PRINT
810  PRINT "BLOCK TOTAL = ";G(I)
820  NEXT I
830  PRINT
840  PRINT "GRAND TOTAL = ";GT
850  FOR J = 1 TO N
860  FOR K = J TO N
870 T(J,K) = T(J,K) / M
880 T(K,J) = T(J,K)
890  NEXT K
900  NEXT J
910  PRINT
920  PRINT "ANALYSIS OF VARIANCE"
930  PRINT "SV";TAB( 10);"DF";TAB( 20);"SS";TAB( 36);"MS"
940  PRINT "TOTAL"; TAB( 10);D1; TAB( 17);S1
950  PRINT "BLOCK"; TAB( 10);D2; TAB( 17);S2; TAB( 35);M2
960  PRINT "VARIETY"; TAB( 10);D3; TAB( 17);S3; TAB( 35);M3
970  PRINT "ERROR"; TAB( 10);D4; TAB( 17);S4; TAB( 35);M4
980  PRINT
990  PRINT "VARIETY MEAN"
1000  FOR J = 1 TO N
1010  FOR K = 1 TO N
1020  PRINT "    ";T(J,K);
1030  NEXT K
1040  PRINT
1050  NEXT J
1060 S5 = 0
1070 S6 = 0
1080 S7 = 0
1090 GT = 0
```

```
1100  FOR I = 1 TO N
1110  FOR J = I TO N
1120 GT = GT + T(I,J)
1130 S6 = S6 + T(I,J) * T(I,J)
1140  NEXT J
1150  NEXT I
1160  FOR I = 1 TO N
1170  FOR J = 1 TO N
1180 TR(I) = TR(I) + T(I,J)
1190  NEXT J
1200  NEXT I
1210  FOR I = 1 TO N
1220 S5 = S5 + (TR(I) + T(I,I)) ^ 2
1230  NEXT I
1240 S6 = S6 - S5/(2 + N) + GT*GT*2/((N + 1)*(N + 2))
1250 S5 = (S5 - GT * GT * 4 / N) / (N + 2)
1260 D5 = N - 1
1270 D6 = N * (N - 1) / 2
1280 M5 = S5 / D5
1290 M6 = S6 / D6
1300 M8 = M4 / M
1310  PRINT
1320  PRINT "ANALYSIS OF VARIANCE"
1330  PRINT "SV";TAB( 12);"DF"; TAB( 22);"SS";TAB( 38);"MS"
1340  PRINT "G C A"; TAB( 12);D5; TAB( 19);S5; TAB( 37);M5
1350  PRINT "S C A"; TAB( 12);D6; TAB( 19);S6; TAB( 37);M6
1360  PRINT "ERROR"; TAB( 12);D4; TAB( 37);M8
1370 GM = GT / NN
1380  FOR I = 1 TO N
1390 GC(I) = (TR(I) + T(I,I) - 2 * GT / N) / (N + 2)
1400  FOR J = 1 TO N
1410 TT = (TR(I) + T(I,I) + TR(J) + T(J,J)) / (N + 2)
1420 SC(I,J) = T(I,J) - TT + 2 * GT / ((N + 1) * (N + 2))
1430  NEXT J
1440  NEXT I
1450 E1 = M8 / NN
1460 E2 = (N - 1) / (N * (N + 2)) * M8
1470 E3 = N * (N - 1) / ((N + 1) * (N + 2)) * M8
1480 E4 = (N * N + N + 2) / ((N + 1) * (N + 2)) * M8
1490 E6 = 2 / (N + 2) * M8
1500 E7 = 2 * (N - 2) / (N + 2) * M8
1510 E8 = 2 * (N + 1) / (N + 2) * M8
1520 E9 = 2 * N / (N + 2) * M8
1530  PRINT
1540  PRINT "MEAN EFFECT U = ";GM
1550  PRINT
1560  PRINT "G C A EFFECT"
1570  FOR I = 1 TO N
1580  PRINT "   ";GC(I);
1590  NEXT I
1600  PRINT
1610  PRINT
1620  PRINT "S C A EFFECT"
1630  FOR I = 1 TO N
1640  FOR J = 1 TO N
1650  PRINT "   ";SC(I,J);
1660  NEXT J
1670  PRINT
```

```
1680  NEXT I
1690  PRINT
1700  PRINT "STANDARD ERROR"
1710  PRINT "S.E.(     U      ) = "; SQR (E1)
1720  PRINT "S.E.(     GI     ) = "; SQR (E2)
1730  PRINT "S.E.(     SII    ) = "; SQR (E3)
1740  PRINT "S.E.(     SIJ    ) = "; SQR (E4)
1750  PRINT "S.E.(  GI - GJ   ) = "; SQR (E6)
1760  PRINT "S.E.( SII - SJJ  ) = "; SQR (E7)
1770  PRINT "S.E.( SIJ - SIK  ) = "; SQR (E8)
1780  PRINT "S.E.( SIJ - SKL  ) = "; SQR (E9)
1790  PR# 0
1800  GOTO 70
```

```
COMBINING ABILITY

INPUT DATA

BLOCK 1
   23.27
   20.14    22.33
   18.24    18.36    23.25
BLOCK TOTAL = 125.59
BLOCK 2
   19.15
   17.71    23
   15.71    20    19.6
BLOCK TOTAL = 115.17
GRAND TOTAL = 240.76

ANALYSIS OF VARIANCE
  SV      DF        SS               MS
TOTAL     11      65.9736672
BLOCK     1       9.04803467       9.04803467
VARIETY   5       43.1030655       8.6206131
ERROR     5       13.822567        2.7645134
VARIETY MEAN
   21.21     18.925    16.975
   18.925    22.665    19.18
   16.975    19.18     21.425

ANALYSIS OF VARIANCE
  SV          DF        SS               MS
G C A         2      3.08382721       1.54191361
S C A         3      18.4677049       6.15590163
ERROR         5                       1.3822567
MEAN EFFECT U = 20.0633333

G C A EFFECT
   -.386666665   .636333331   -.249666664

S C A EFFECT
   1.91999999    -1.388    -2.452
   -1.38799999   1.32899999    -1.27000001
   -2.452    -1.27000001    1.861
```

```
STANDARD ERROR
S.E.(      U      ) = .479975121
S.E.(     GI      ) = .427302799
S.E.(     SII     ) = .643954199
S.E.(     SIJ     ) = .983656286
S.E.(  GI  -  GJ  ) = .74357426
S.E.( SII  - SJJ  ) = .74357426
S.E.( SIJ  - SIK  ) = 1.48714852
S.E.( SIJ  - SKL  ) = 1.2879084
```

7·6 완전임의배치법에 의한 유전력 및 유전상관

완전임의배치법(完全任意配置法)으로 품종이나 계통이 배치된 성적의 분산분석에 의한 유전력 및 유전상관을 계산한다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	기대분산
전 체	$N-1$	SST		
품 종	$v-1$	SSV	MSV	$\sigma_e^2 + n_0\sigma_g^2$
오 차	$\sum(n_i-1)$	SSE	MSE	σ_e^2

$$N=\sum n_i$$

$$n_0=\frac{1}{v-1}\left(N-\frac{\sum n_i^2}{N}\right)$$

이 분산분석표에 의한 유전분산 및 유전력은 다음과 같다.

유전분산 : $\sigma_g^2=\dfrac{(\sigma_e^2+n_0\sigma_g^2)-\sigma_e^2}{n_0}=\dfrac{(MSV-MSE)}{n_0}$

유 전 력 : $h^2=\dfrac{\sigma_g^2}{\sigma_g^2+\sigma_e^2}$

각 형질간의 유전상관은 같은 방법으로 계산한 유전분산 σ_{Gii}^2 와 유전공분산 σ_{Gij}^2 에 의하여 계산한다.

표현상관 : $r_{Pij}=\dfrac{\sigma_{Pij}^2}{\sqrt{\sigma_{Pii}^2\cdot\sigma_{Pjj}^2}}$ (전체의 분산·공분산에 의함)

유전상관 : $r_{Gij}=\dfrac{\sigma_{Gij}^2}{\sqrt{\sigma_{Gii}^2\cdot\sigma_{Gjj}^2}}$

```
10  REM FILE NAME : HERCR
20  REM HERITABILITY AND GENOTYPIC CORRELATION FROM CR
30  DIM X(30,20,8),N(30),T(30,8),S1(8,8),S2(8,8),S3(8,8),GT(8)
40  INPUT "NUMBER OF VARIETY?";M
50  INPUT "NUMBER OF VARIABLE?";L
60  FOR I = 1 TO M
70  PRINT "NUMBER OF OBSERVATION OF VARIETY "I;
80  INPUT N(I)
90  NEXT I
100  FOR I = 1 TO M
```

```
110 NN = N(I)
120  FOR J = 1 TO NN
130  FOR K = 1 TO L
140  PRINT "VAR. "I" OBSER. "J" VARIABLE "K;
150  INPUT X(I,J,K)
160  NEXT K
170  NEXT J
180  NEXT I
190  FOR I = 1 TO M
200 NN = N(I)
210 GT(I) = 0
220  FOR J = I TO L
230 S1(I,J) = 0
240 S2(I,J) = 0
250  NEXT J
260  NEXT I
270  FOR I = 1 TO M
280  FOR J = 1 TO L
290 T(I,J) = 0
300  NEXT J
310  NEXT I
320 NT = 0
330 NS = 0
340  FOR I = 1 TO M
350 NN = N(I)
360 NT = NT + NN
370 NS = NS + NN ^ 2
380  FOR J = 1 TO NN
390  FOR K = 1 TO L
400 GT(K) = GT(K) + X(I,J,K)
410 T(I,K) = T(I,K) + X(I,J,K)
420  FOR KK = K TO L
430 S1(K,KK) = S1(K,KK) + X(I,J,K) * X(I,J,KK)
440  NEXT KK
450  NEXT K
460  NEXT J
470  NEXT I
480  FOR I = 1 TO M
490  FOR K = 1 TO L
500  FOR KK = K TO L
510 S2(K,KK) = S2(K,KK) + T(I,K) * T(I,KK) / N(I)
520  NEXT KK
530  NEXT K
540  NEXT I
550  FOR I = 1 TO L
560  FOR J = I TO L
570 CF = GT(I) * GT(J) / NT
580 S1(I,J) = S1(I,J) - CF
590 S2(I,J) = S2(I,J) - CF
600 S3(I,J) = S1(I,J) - S2(I,J)
610 S1(I,J) = S1(I,J) / (NT - 1)
620 S2(I,J) = S2(I,J) / (M - 1)
630 S3(I,J) = S3(I,J) / (NT - M)
640  NEXT J
650  NEXT I
660  PR# 1
670  PRINT
680  PRINT
```

```
690  PRINT  TAB( 10)"HERITABILITY AND GENOTYPIC CORRELATION"
700  PRINT
710  PRINT  TAB( 5)"INPUT DATA"
720  PRINT
730  FOR I = 1 TO M
740 NN = N(I)
750  PRINT "VARIETY "I
760  PRINT "OBSERVATION / VARIABLE"
770  FOR J = 1 TO NN
780  PRINT J;
790  FOR K = 1 TO L
800  PRINT "     "X(I,J,K);
810  NEXT K
820  PRINT
830  NEXT J
840  PRINT "TOTAL"
850  FOR K = 1 TO L
860  PRINT "     "T(I,K);
870  NEXT K
880  PRINT
890  PRINT "MEAN"
900  FOR K = 1 TO L
910  PRINT "     "T(I,K) / NN;
920  NEXT K
930  PRINT
940  PRINT
950  NEXT I
960  PRINT  TAB( 5)"VARIANCE AND COVARIANCE"
970  PRINT "VAR. COM."; TAB( 14);"TOTAL"; TAB( 28);"VARIETY";
980  PRINT  TAB( 42);"ERROR"
990  FOR I = 1 TO L
1000  FOR J = I TO L
1010  PRINT I"X"J TAB(12)S1(I,J) TAB(26)S2(I,J) TAB( 40)S3(I,J)
1020  NEXT J
1030  NEXT I
1040 NO = (NT - NS / NT) / (M - 1)
1050  FOR I = 1 TO L
1060  FOR J = I TO L
1070 S2(I,J) = (S2(I,J) - S3(I,J)) / NO
1080  NEXT J
1090  NEXT I
1100  PRINT
1110  PRINT "VARIABLE","HERITABILITY"
1120  FOR I = 1 TO L
1130 HE = S2(I,I) / (S2(I,I) + S3(I,I))
1140  PRINT  TAB( 4)I,HE
1150  NEXT I
1160  PRINT
1170  PRINT  TAB( 5)"PHENOTYPIC AND GENOTYPIC CORRELATION"
1180  PRINT "VAR. COM. "TAB( 15)"PHENOTYPIC"TAB(30)"GENOTYPIC"
1190  FOR I = 1 TO L
1200  FOR J = I TO L
1210 PC = S1(I,J) /  SQR (S1(I,I) * S1(J,J))
1220  PRINT I" X "J TAB( 15)PC;
1230  IF S2(I,I) > 0 AND S2(J,J) > 0 GOTO 1260
1240  PRINT
1250  GOTO 1280
1260 GC = S2(I,J) /  SQR (S2(I,I) * S2(J,J))
```

```
1270  PRINT  TAB( 30)GC
1280  NEXT J
1290  NEXT I
1300  PR# 0
1310  GOTO 40
```

```
              HERITABILITY AND GENOTYPIC CORRELATION

    INPUT DATA
VARIETY 1
OBSERVATION / VARIABLE
1    5    6    7
2    6    6    7
TOTAL
    11    12    14
MEAN
    5.5    6    7
VARIETY 2
OBSERVATION / VARIABLE
1    7    8    9
2    8    8    8
3    9    9    10
TOTAL
    24    25    27
MEAN
    8    8.33333333    9
VARIETY 3
OBSERVATION / VARIABLE
1    1    1    2
2    2    2    2
TOTAL
    3    3    4
MEAN
    1.5    1.5    2

    VARIANCE AND COVARIANCE
VAR. COM.     TOTAL          VARIETY        ERROR
1 X 1       8.95238095     25.3571429     .75
1 X 2       9.14285715     26.6785714     .375
1 X 3       9.28571429     27.3571429     .25
2 X 2       9.57142857     28.1309524     .291666657
2 X 3       9.80952381     28.9285714     .25
3 X 3       10.2857143     29.8571429     .5

VARIABLE          HERITABILITY
   1              .934871099
   2              .976613072
   3              .962529274

    PHENOTYPIC AND GENOTYPIC CORRELATION
VAR. COM.      PHENOTYPIC     GENOTYPIC
1 X 1              1              1
1 X 2              .98769823      1.00497459
1 X 3              .967673418     1.00854727
2 X 2              1              1
2 X 3              .98864942      1.00316316
3 X 3              1              1
```

7·7 난괴법에 의한 유전력 및 유전상관

난괴법으로 품종이나 계통이 배치된 성적의 분산분석에 의하여 유전력과 유전상관을 계산한다. v개 품종과 r개 집구의 분산분석은 다음과 같다.

요 인	자 유 도	평 방 합	평균평방	기대분산
전 체	$vr-1$	SST		
집 구	$r-1$	SSR		
품 종	$v-1$	SSV	MSV	$\sigma_e^2+r\sigma_g^2$
오 차	$(v-1)(r-1)$	SSE	MSE	σ_e^2

유전분산 : $\sigma_g^2=\dfrac{(\sigma_e^2+r\sigma_g^2)-\sigma_e^2}{r}=\dfrac{(MSV-MSE)}{r}$

유전력 : $h^2=\dfrac{\sigma_g^2}{\sigma_g^2+\sigma_e^2}$

각 형질간의 유전공분산이 추정되면 다음과 같이 표현상관 및 유전상관을 계산한다.

표현상관 : $r_{Pij}=\dfrac{\sigma_{Pij}^2}{\sqrt{\sigma_{Pii}^2\cdot\sigma_{Pjj}^2}}$ (전체의 분산·공분산에 의함)

유전상관 : $r_{Gij}=\dfrac{\sigma_{Gij}^2}{\sqrt{\sigma_{Gii}^2\cdot\sigma_{Gjj}^2}}$

```
10  REM FILE NAME : HERRB
20  REM HERITABILITY AND GENOTYPIC CORRELATION FROM RB
30  DIM X(50,6,8),T(50,8),S1(8,8),S2(8,8),S3(8,8),S4(8,8),
     B(6,8),GT(8)
40  INPUT "NUMBER OF VARIETY?";M
50  INPUT "NUMBER OF BLOCK?";N
60  INPUT "NUMBER OF VARIABLE?";L
70  FOR I = 1 TO M
80  FOR J = 1 TO N
90  FOR K = 1 TO L
100  PRINT "VARIETY "I" BLOCK "J" VARIABLE "K;
110  INPUT X(I,J,K)
120  NEXT K
130  NEXT J
140  NEXT I
150  FOR I = 1 TO L
160  FOR J = 1 TO M
170 T(J,I) = 0
180  NEXT J
190  FOR K = 1 TO N
200 B(K,I) = 0
210  NEXT K
220  NEXT I
230  FOR I = 1 TO L
240 GT(I) = 0
250  FOR J = I TO L
```

```
260 S1(I,J) = 0
270 S2(I,J) = 0
280 S3(I,J) = 0
290  NEXT J
300  NEXT I
310  FOR I = 1 TO M
320  FOR J = 1 TO N
330  FOR K = 1 TO L
340 GT(K) = GT(K) + X(I,J,K)
350 B(J,K) = B(J,K) + X(I,J,K)
360 T(I,K) = T(I,K) + X(I,J,K)
370  FOR KK = K TO L
380 S1(K,KK) = S1(K,KK) + X(I,J,K) * X(I,J,KK)
390  NEXT KK
400  NEXT K
410  NEXT J
420  NEXT I
430  FOR I = 1 TO L
440  FOR J = I TO L
450  FOR K = 1 TO N
460 S2(I,J) = S2(I,J) + B(K,I) * B(K,J)
470  NEXT K
480  FOR K = 1 TO M
490 S3(I,J) = S3(I,J) + T(K,I) * T(K,J)
500  NEXT K
510  NEXT J
520  NEXT I
530  FOR I = 1 TO L
540  FOR J = I TO L
550 CF = GT(I) * GT(J) / (M * N)
560 S1(I,J) = S1(I,J) - CF
570 S2(I,J) = S2(I,J) / M - CF
580 S3(I,J) = S3(I,J) / N - CF
590 S4(I,J) = S1(I,J) - S2(I,J) - S3(I,J)
600  NEXT J
610  NEXT I
620  FOR I = 1 TO L
630  FOR J = I TO L
640 S1(I,J) = S1(I,J) / (M * N - 1)
650 S2(I,J) = S2(I,J) / (N - 1)
660 S3(I,J) = S3(I,J) / (M - 1)
670 S4(I,J) = S4(I,J) / ((M - 1) * (N - 1))
680  NEXT J
690  NEXT I
700  PR# 1
710  PRINT
720  PRINT
730  PRINT  TAB( 10)"HERITABILITY AND GENOTYPIC CORRELATION"
740  PRINT
750  PRINT  TAB( 5)"INPUT DATA"
760  PRINT
770  FOR I = 1 TO M
780  PRINT "VARIETY "I
790  PRINT "BLOCK / VARIABLE"
800  FOR J = 1 TO N
810  PRINT J;
820  FOR K = 1 TO L
830  PRINT "     "X(I,J,K);
```

```
840  NEXT K
850  PRINT
860  NEXT J
870  PRINT "TOTAL"
880  FOR K = 1 TO L
890  PRINT "    "T(I,K);
900  NEXT K
910  PRINT
920  PRINT "MEAN"
930  FOR K = 1 TO L
940  PRINT "    "T(I,K) / N;
950  NEXT K
960  PRINT
970  PRINT
980  NEXT I
990  PRINT  TAB( 5)"VARIANCE AND COVARIANCE"
1000  PRINT  TAB( 14)"TOTAL"TAB(28)"VARIETY"TAB(42)"ERROR"
1010  FOR I = 1 TO L
1020  FOR J = I TO L
1030  PRINT I"X"J TAB(12)S1(I,J)TAB(26)S3(I,J)TAB(40)S4(I,J)
1040  NEXT J
1050  NEXT I
1060  FOR I = 1 TO L
1070  FOR J = I TO L
1080 S3(I,J) = (S3(I,J) - S4(I,J)) / N
1090  NEXT J
1100  NEXT I
1110  PRINT
1120  PRINT "VARIABLE","HERITABILITY"
1130  FOR I = 1 TO L
1140 HE = S3(I,I) / (S3(I,I) + S4(I,I))
1150  PRINT  TAB( 4)I,HE
1160  NEXT I
1170  PRINT
1180  PRINT  TAB( 5)"PHENOTYPIC AND GENOTYPIC CORRELATION"
1190  PRINT  TAB( 15)"PHENOTYPIC" TAB( 30)"GENOTYPIC"
1200  FOR I = 1 TO L
1210  FOR J = I TO L
1220 PC = S1(I,J) /  SQR (S1(I,I) * S1(J,J))
1230  PRINT I" X "J TAB( 15)PC;
1240  IF S3(I,I) > 0 AND S3(J,J) > 0 GOTO 1270
1250  PRINT
1260  GOTO 1290
1270 GC = S3(I,J) /  SQR (S3(I,I) * S3(J,J))
1280  PRINT  TAB( 30)GC
1290  NEXT J
1300  NEXT I
1310  PR# 0
1320  GOTO 40
```

```
        HERITABILITY AND GENOTYPIC CORRELATION

    INPUT DATA

VARIETY 1
BLOCK / VARIABLE
1     262.81     3030.03     6.73
2     250.1      2683.82     5.96
```

```
TOTAL
    512.91     5713.85     12.69
MEAN
    256.455     2856.925     6.345
VARIETY 2
BLOCK / VARIABLE
1     269.2     2969.5     6.6
2     243.17     2607.85     5.8
TOTAL
    512.37     5577.35     12.4
MEAN
    256.185     2788.675     6.2
VARIETY 3
BLOCK / VARIABLE
1     226.45     2942.35     6.54
2     240.61     2281.85     5.07
TOTAL
    467.06     5224.2     11.61
MEAN
    233.53     2612.1     5.805
VARIETY 4
BLOCK / VARIABLE
1     210.01     2267     5.04
2     232.28     2128.78     4.73
TOTAL
    442.29     4395.78     9.77
MEAN
    221.145     2197.89     4.885
VARIETY 5
BLOCK / VARIABLE
1     228.14     2929.97     6.51
2     245.7     2630.84     5.85
TOTAL
    473.84     5560.81     12.36
MEAN
    236.92     2780.405     6.18

    VARIANCE AND COVARIANCE
                TOTAL          VARIETY         ERROR
1 X 1       310.438178     467.996277     224.675537
1 X 2       2902.6658      7014.68359     204.741699
1 X 3       6.4367981      15.5700226     .441585541
2 X 2       107495.278     142427.391     17922.2813
2 X 3       238.717597     316.225784     39.866394
3 X 3       .530134426     .702114969     .0886850059

VARIABLE        HERITABILITY
   1            .351278535
   2            .77646002
   3            .775708122

    PHENOTYPIC AND GENOTYPIC CORRELATION
                PHENOTYPIC     GENOTYPIC
1 X 1           .999999999     1
1 X 2           .502475371     1.23725796
1 X 3           .50175224      1.23828897
2 X 2           .999999999     1
2 X 3           .999992487     .99999573
3 X 3           1              1
```

7·8 경로계수

n 개의 변량 X_i 가 목적변량 Y 에 영향을 끼칠 때 X 변량이 Y 변량에 미치는 효과는 직접효과와 간접효과로 나누어 볼 수 있다. X 변량간의 상관계수행렬을 R_X, X 와 Y 간의 상관벡터를 R_{XY} 라고 하면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$R_X \cdot P = R_{XY}$$

이때 P 는 X 변량의 Y 에 미친 직접효과를 나타낸다.

$$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \cdots\cdots & r_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & \cdots\cdots & r_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{1y} \\ \\ r_{ny} \end{pmatrix}$$

$P = R_X^{-1} R_{XY}$ 에 의하여 P 를 추정하며 X_i 의 X_j 를 통한 간접효과는 $P \cdot r_{ij}$ 에 의한다. 따라서, $r_{iy} = P_i + \sum P_i r_{ij}$ 이다. 여기에서 P 는 n 차의 연립방정식의 해와 같이 계산하며, 결정계수 $R^2 = \sum\sum r_{ij} P_i P_j$ 이고 잔차는 $\sqrt{1-R^2}$ 이 된다.

```
10   REM FILE NAME : PATH
20   REM PATH COEFFICIENT ANALYSIS
30   DIM X(100,15),R(15,15),P(15,15),T(15),S(15)
40   INPUT "NUMBER OF VARIABLE?";M
50   PRINT :MM = M - 1
60   PRINT "WHICH DATA WOULD YOU START?"
70   INPUT "ENTER 1 (RAW DATA) OR 2 (CORRELATION)";A
80   IF A = 1 OR A = 2 GOTO 100
90   GOTO 70
100   IF A = 2 GOTO 470
110   INPUT "NUMBER OF SAMPLE?";N
120   FOR I = 1 TO N
130   FOR J = 1 TO M
140   PRINT "SAMPLE ";I;"  VARIABLE ";J;
150   INPUT X(I,J)
160   NEXT J
170   NEXT I
180   FOR I = 1 TO M
190  T(I) = 0
200   FOR J = 1 TO M
210  P(I,J) = 0
220   NEXT J
230   NEXT I
240   FOR I = 1 TO N
250   FOR J = 1 TO M
260  T(J) = T(J) + X(I,J)
270   FOR K = J TO M
280  P(J,K) = P(J,K) + X(I,J) * X(I,K)
290   NEXT K
300   NEXT J
310   NEXT I
320   FOR I = 1 TO M
330   FOR J = I TO M
```

```
340 P(I,J) = P(I,J) - T(I) * T(J) / N
350  NEXT J
360 S(I) = P(I,I)
370  NEXT I
380  FOR I = 1 TO M
390  FOR J = I TO M
400 P(I,J) = P(I,J)    SQR (S(I) * S(J))
410 P(J,I) = P(I,J)
420 R(I,J) = P(I,J)
430 R(J,I) = R(I,J)
440  NEXT J
450  NEXT I
460  GOTO 570
470  PRINT : PRINT "CORRELATION MATRIX"
480  FOR I = 1 TO M
490  FOR J = I TO M
500  PRINT "ROW ";I;"  COLUMN ";J;
510  INPUT P(I,J)
520 P(J,I) = P(I,J)
530 R(I,J) = P(I,J)
540 R(J,I) = R(I,J)
550  NEXT J
560  NEXT I
570  FOR I = 1 TO MM
580 SS = P(I,I)
590  FOR J = I TO M
600 P(I,J) = P(I,J) / SS
610  NEXT J
620  FOR K = 1 TO MM
630  IF I = K GOTO 680
640 SS = P(K,I)
650  FOR J = I TO M
660 P(K,J) = P(K,J) - P(I,J) * SS
670  NEXT J
680  NEXT K
690  NEXT I
700 RR = 0
710  FOR I = 1 TO MM
720  FOR J = 1 TO MM
730 RR = RR + R(I,J) * P(I,M) * P(J,M)
740  NEXT J
750  NEXT I
760 RE = 1 - RR
770  FOR I = 1 TO MM
780  FOR J = 1 TO MM
790  IF I = J GOTO 810
800 P(I,J) = R(I,J) * P(J,M)
810  NEXT J
820  NEXT I
830  PR# 1
840  IF A = 2 GOTO 1030
850  PRINT
860  PRINT
870  PRINT "    INPUT DATA"
880  PRINT
890  PRINT "SAMPLE / VARIABLE"
900  FOR I - 1 TO N
910  PPINT I;
```

```
920  FOR J = 1 TO M
930  PRINT "    ";X(I,J);
940  NEXT J
950  PRINT
960  NEXT I
970  PRINT
980  PRINT "TOTAL";
990  FOR I = 1 TO M
1000  PRINT "    ";T(I);
1010  NEXT I
1020  PRINT
1030  PRINT
1040  PRINT "     CORRELATION MATRIX"
1050  PRINT
1060  FOR I = 1 TO M
1070  FOR J = 1 TO M
1080  PRINT "    ";R(I,J);
1090  NEXT J
1100  PRINT
1110  NEXT I
1120  PRINT
1130  PRINT "     PATH COEFFICIENT"
1140  FOR I = 1 TO MM
1150  PRINT
1160  PRINT "DIRECT EFFECT OF X ";I;" = ";P(I,M)
1170  PRINT
1180  PRINT "INDIRECT EFFECT"
1190  FOR J = 1 TO MM
1200  IF I = J GOTO 1220
1210  PRINT "    VIA X ";J;" = ";P(I,J)
1220  NEXT J
1230  NEXT I
1240  PRINT
1250  PRINT "RESIDUAL EFFECT="; SQR (RE)
1260  PRINT
1270  PRINT "R SOUARE =";RR
1280  PR# 0
1290  GOTO 40
```

```
     INPUT DATA

SAMPLE / VARIABLE
1    11.6    95.8    23.9    86.2    23.1
2    11.6    97.7    22.6    77.3    19.9
3    10.7    104     21.4    74.1    17.6
4    12.1    77.4    24.3    80.2    18.4
5    13.9    71.2    23.6    81.7    19.2
6    12.3    84.5    25.8    80.7    21.7
7    9.5    62.1    23.6    73.8    10
8    9.9    106.9    21.6    82    18.8

TOTAL    91.6    699.6    186.8    636    148.7
```

```
   CORRELATION MATRIX

  1    -.244300949    .48556441    .451853259    .570790171
  -.244300949 .999999999 -.58551319 .189654751  .539095067
  .48556441   -.58551319   1   .331853107    .214063785
  .451853259    .189654751    .331853107    1   .755213866
  .570790171    .539095067    .214063785    .755213866    1

   PATH COEFFICIENT

DIRECT EFFECT OF X 1 = .469912103

INDIRECT EFFECT
   VIA X 2 = -.203477515
   VIA X 3 = .188702171
   VIA X 4 = .115653413

DIRECT EFFECT OF X 2 = .832896951

INDIRECT EFFECT
   VIA X 1 = -.114799973
   VIA X 3 = -.227544704
   VIA X 4 = .0485427929

DIRECT EFFECT OF X 3 = .388624385

INDIRECT EFFECT
   VIA X 1 = .228172593
   VIA X 2 = -.48767215
   VIA X 4 = .0849389568

DIRECT EFFECT OF X 4 = .255953477

INDIRECT EFFECT
   VIA X 1 = .212331315
   VIA X 2 = .157962864
   VIA X 3 = .12896621

RESIDUAL EFFECT=.0792346618

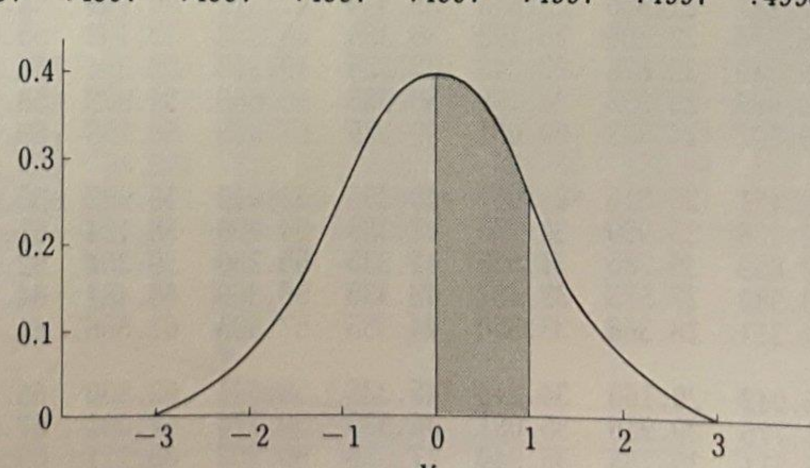
R SQUARE =.993721868
```

부 록

〔부표 1〕

정 규 분 포 표

표준편차 단위(Z)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	표준편차 단위(Z)
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359	0.0
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753	0.1
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141	0.2
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517	0.3
0.4	.1554	.1591	.1628	.1864	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879	0.4
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224	0.5
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549	0.6
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852	0.7
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133	0.8
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389	0.9
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621	1.0
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830	1.1
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015	1.2
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177	1.3
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319	1.4
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441	1.5
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545	1.6
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633	1.7
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706	1.8
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767	1.9
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817	2.0
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857	2.1
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890	2.2
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916	2.3
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936	2.4
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952	2.5
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964	2.6
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974	2.7
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981	2.8
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986	2.9
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990	3.0
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993	3.1
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995	3.2
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997	3.3
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998	3.4
3.5	.499767										
3.6	.499841										
3.7	.499892										
3.8	.499928										
3.9	.499952										
4.0	.499968										
4.1	.499979										
4.2	.499987										
4.3	.499991										
4.4	.499995										
4.5	.499997										
4.6	.499998										
4.7	.499999										
4.8	.499999										
4.9	.500000										



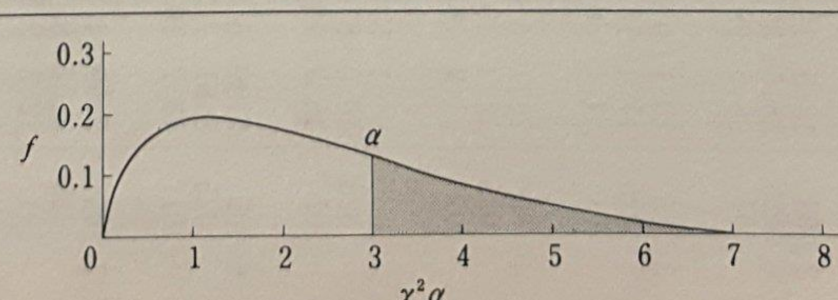
$$Z=\frac{Y-u_r}{\sigma}$$

〔부표 2〕

χ^2 분 포 표

v	α									v
	0.995	0.975	0.9	0.5	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	
1	0.000	0.000	0.016	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	1
2	0.010	0.051	0.211	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597	2
3	0.072	0.216	0.584	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838	3
4	0.207	0.484	1.064	3.357	7.779	9.448	11.143	13.277	14.860	4
5	0.412	0.831	1.610	4.351	9.236	11.070	12.832	15.086	16.750	5
6	0.676	1.237	2.204	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	6
7	0.989	1.690	2.833	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	7
8	1.344	2.180	3.490	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	8
9	1.735	2.700	4.168	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	9
10	2.156	3.247	4.865	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	10
11	2.603	3.816	5.578	10.341	17.275	19.675	21.620	24.725	26.757	11
12	3.074	4.404	6.304	11.340	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	12
13	3.565	5.009	7.042	12.340	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819	13
14	4.075	5.629	7.790	13.339	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319	14
15	4.601	6.262	8.547	14.339	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801	15
16	5.142	6.908	9.312	15.338	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267	16
17	5.697	7.564	10.085	16.338	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718	17
18	6.265	8.231	10.864	17.338	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156	18
19	6.844	8.907	11.651	18.338	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582	19
20	7.434	9.591	12.443	19.337	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997	20
21	8.034	10.283	13.240	20.337	29.615	32.670	35.479	38.932	41.401	21
22	8.643	10.982	14.042	21.337	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796	22
23	9.260	11.688	14.848	22.337	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181	23
24	9.886	12.401	15.659	23.337	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558	24
25	10.520	13.120	16.473	24.337	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928	25
26	11.160	13.844	17.292	25.336	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290	26
27	11.808	14.573	18.114	26.336	36.741	40.113	43.194	46.963	49.645	27
28	12.461	15.308	18.939	27.336	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993	28
29	13.121	16.047	19.768	28.336	39.088	42.557	45.722	49.588	52.336	29
30	13.787	16.791	20.599	29.336	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672	30
31	14.458	17.539	21.434	30.336	41.422	44.985	48.232	52.191	55.003	31
32	15.134	18.291	22.271	31.336	42.585	46.194	49.480	53.486	56.329	32
33	15.815	19.047	23.110	32.336	43.745	47.400	50.725	54.776	57.649	33
34	16.501	19.806	23.952	33.336	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964	34
35	17.192	20.569	24.797	34.336	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275	35
36	17.887	21.336	25.643	35.336	47.212	50.998	54.437	58.619	61.582	36
37	18.586	22.106	26.492	36.335	48.363	52.192	55.668	59.892	62.884	37
38	19.289	22.878	27.343	37.335	49.513	53.384	56.896	61.162	64.182	38
39	19.996	23.653	28.196	38.335	50.660	54.572	58.120	62.428	65.476	39
40	20.707	24.433	29.051	39.335	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766	40
41	21.421	25.215	29.907	40.335	52.949	56.942	60.561	64.950	60.053	41
42	22.138	25.999	30.765	41.335	54.090	58.124	61.777	66.206	69.336	42
43	22.859	26.785	31.625	42.335	55.230	59.304	62.990	67.459	70.616	43
44	23.584	27.575	32.487	43.335	56.369	60.481	64.202	68.710	71.893	44
45	24.311	28.366	33.350	44.335	57.505	61.656	65.410	69.957	73.166	45
46	25.042	29.160	34.215	45.335	58.641	62.830	66.617	71.201	74.437	46
47	25.775	29.956	35.081	46.335	59.774	64.001	67.821	72.443	75.704	47
48	26.511	30.755	35.949	47.335	60.907	65.171	69.023	73.683	76.969	48
49	27.249	31.555	36.818	48.335	62.038	66.339	70.222	74.919	78.231	49
50	27.991	32.357	37.689	49.335	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490	50

v	α									v
	0.995	0.975	0.9	0.5	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	
51	28.735	33.162	38.560	50.335	64.295	68.669	72.616	77.386	80.747	51
52	29.481	33.968	39.433	51.335	65.422	69.832	73.810	78.616	82.001	52
53	30.230	34.776	40.308	52.335	66.548	70.993	75.002	79.843	83.253	53
54	30.981	35.586	41.183	53.335	67.673	72.153	76.192	81.069	84.502	54
55	31.735	36.398	42.060	54.335	68.796	73.311	77.380	82.292	85.749	55
56	32.490	37.212	42.937	55.335	69.918	74.468	78.567	83.513	86.994	56
57	33.248	38.027	43.816	56.335	71.040	75.624	79.752	84.733	88.237	57
58	34.008	38.844	44.696	57.335	72.160	76.778	80.936	85.950	89.477	58
59	34.770	39.662	45.577	58.335	73.279	77.931	82.117	87.166	90.715	59
60	35.534	40.483	46.459	59.335	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952	60
61	36.300	41.303	47.342	60.335	75.514	80.232	84.476	89.591	93.186	61
62	37.068	42.126	48.226	61.335	76.630	81.381	85.654	90.802	94.419	62
63	37.838	42.950	49.111	62.335	77.745	82.529	86.830	92.010	95.649	63
64	38.610	43.776	49.996	63.335	78.860	83.675	88.004	93.217	96.878	64
65	39.383	44.603	50.883	64.335	79.973	84.821	89.177	94.422	98.105	65
66	40.158	45.431	51.770	65.335	81.085	85.965	90.349	95.626	99.331	66
67	40.935	46.261	52.659	66.335	82.197	87.108	91.519	96.828	100.55	67
68	41.713	47.092	53.548	67.334	83.308	88.250	92.689	98.028	101.78	68
69	42.494	47.924	54.438	68.334	84.418	89.391	93.856	99.228	103.00	69
70	43.275	48.758	55.329	69.334	85.527	90.531	95.023	100.43	104.21	70
71	44.058	49.592	56.221	70.334	86.635	91.670	96.189	101.62	105.43	71
72	44.843	50.428	57.113	71.334	87.743	92.808	97.353	102.82	106.65	72
73	45.629	51.265	58.006	72.334	88.850	93.945	98.516	104.01	107.86	73
74	46.417	52.103	58.900	73.334	89.956	95.081	99.678	105.20	109.07	74
75	47.206	52.942	59.795	74.334	91.061	96.217	100.84	106.39	110.29	75
76	47.997	53.782	60.690	75.334	92.166	97.351	102.00	107.58	111.50	76
77	48.788	54.623	61.586	76.334	93.270	98.484	103.16	108.77	112.70	77
78	49.582	55.466	62.483	77.334	94.373	99.617	104.32	109.96	113.91	78
79	50.376	56.309	63.380	78.334	95.476	100.75	105.47	111.14	115.12	79
80	51.172	57.153	64.278	79.334	96.578	101.88	106.63	112.33	116.32	80
81	51.969	57.998	65.176	80.334	97.680	103.01	107.78	113.51	117.52	81
82	52.767	58.845	66.076	81.334	98.780	104.14	108.94	114.69	118.73	82
83	53.567	59.692	66.976	82.334	99.880	105.27	110.09	115.88	119.93	83
84	54.368	60.540	67.876	83.334	100.98	106.39	111.24	117.06	121.13	84
85	55.170	61.389	68.777	84.334	102.08	107.52	112.39	118.24	122.32	85
86	55.973	62.239	69.679	85.334	103.18	108.65	113.54	119.41	123.52	86
87	56.777	63.089	70.581	86.334	104.28	109.77	114.69	120.59	124.72	87
88	57.582	63.941	71.484	87.334	105.37	110.90	115.84	121.77	125.91	88
89	58.389	64.793	72.387	88.334	106.47	112.02	116.99	122.94	127.11	89
90	59.196	65.647	73.291	89.334	107.56	113.15	118.14	124.12	128.30	90
91	60.005	66.501	74.196	90.334	108.66	114.27	119.28	125.29	129.49	91
92	60.815	67.356	75.101	91.334	109.76	115.39	120.43	126.46	130.68	92
93	61.625	68.211	76.006	92.334	110.85	116.51	121.57	127.63	131.87	93
94	62.437	69.068	76.912	93.334	111.94	117.63	122.72	128.80	133.06	94
95	63.250	69.925	77.818	94.334	113.04	118.75	123.86	129.97	134.25	95
96	64.063	70.783	78.725	95.334	114.13	119.87	125.00	131.14	135.43	96
97	64.878	71.642	79.633	96.334	115.22	120.99	126.14	132.31	136.62	97
98	65.694	72.501	80.541	97.334	116.32	122.11	127.28	133.48	137.80	98
99	66.510	73.361	81.449	98.334	117.41	123.23	128.42	134.64	138.99	99
100	67.328	74.222	82.358	99.334	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17	100



〔부표 3〕

F 분 포 표

α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	α
	분자의 자유도																				
1 .05	161	199	216	225	230	234	237	239	241	241	243	244	246	248	249	250	251	252	253	254	.05 1
.025	648	800	864	900	922	937	948	957	963	969	973	977	985	993	997	1000	1010	1010	1010	1020	.025
.01	4050	5000	5400	5620	5760	5860	5930	5980	6020	6060	6080	6110	6160	6210	6230	6260	6290	6310	6340	6370	.01
2 .05	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	.05 2
.025	38.5	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.5	39.5	39.5	39.5	39.5	39.5	.025
.01	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	.01
3 .05	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53	.05 3
.025	17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5	14.4	14.3	14.3	14.3	14.2	14.1	14.1	14.0	14.0	13.9	13.9	.025
.01	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.3	26.2	26.1	.01
4 .05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63	.05 4
.025	12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.79	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26	.025
.01	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6	13.5	.01
5 .05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36	.05 5
.025	10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.57	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02	.025
.01	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.99	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02	.01
6 .05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67	.05 6
.025	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.41	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85	.025
.01	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88	.01
7 .05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.77	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23	.05 7
.025	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.89	4.82	4.76	4.71	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14	.025
.01	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65	.01
8 .05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93	.05 8
.025	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.25	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67	.025
.01	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86	.01
9 .05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71	.05 9
.025	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.91	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33	.025
.01	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.12	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31	.01

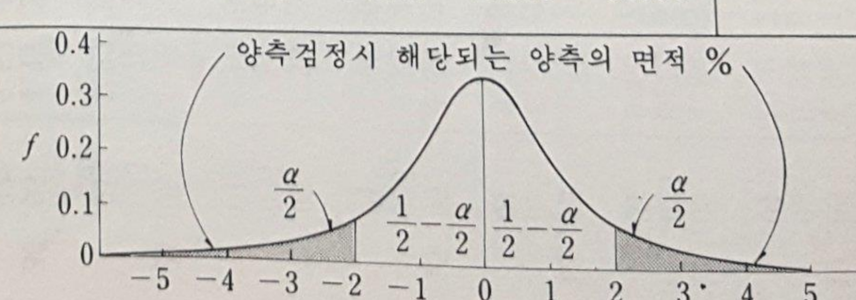
10	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54	.05	10
	.025	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.67	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08	.025	
	.01	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91	.01	
11	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40	.05	11
	.025	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.48	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88	.025	
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60	.01	
12	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30	.05	12
	.025	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.32	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72	.025	
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36	.01	
15	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07	.05	15
	.025	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	3.01	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40	.025	
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87	.01	
20	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84	.05	20
	.025	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.72	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16	2.09	.025	
	.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42	.01	
24	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73	.05	25
	.025	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.59	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94	.025	
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21	.01	
30	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62	.05	30
	.025	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.46	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79	.025	
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.79	3.47	3.30	3.27	3.07	2.98	2.90	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01	.01	
40	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.04	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51	.05	40
	.025	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	3.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.33	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64	.025	
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80	.01	
60	.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39	.05	60
	.025	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.22	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48	.025	
	.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60	.01	
120	.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25	.05	120
	.025	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.10	2.05	1.95	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31	.025	
	.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38	.01	
∞	.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00	.05	∞
	.025	5.02	3.69	3.11	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.99	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00	.025	
	.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00	.01	

〔부표 4〕

t 분 포 표

v	α									v
	0.9	0.5	0.4	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001	
1	0.158	1.000	1.375	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619	1
2	0.142	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598	2
3	0.137	0.765	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924	3
4	0.134	0.741	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610	4
5	0.132	0.727	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869	5
6	0.131	0.718	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959	6
7	0.130	0.711	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408	7
8	0.130	0.706	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041	8
9	0.129	0.703	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781	9
10	0.129	0.700	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587	10
11	0.129	0.697	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437	11
12	0.128	0.695	0.873	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318	12
13	0.128	0.694	0.870	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221	13
14	0.128	0.692	0.868	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140	14
15	0.128	0.691	0.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073	15
16	0.128	0.690	0.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015	16
17	0.128	0.689	0.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965	17
18	0.127	0.688	0.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922	18
19	0.127	0.688	0.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883	19
20	0.127	0.687	0.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850	20
21	0.127	0.686	0.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819	21
22	0.127	0.686	0.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792	22
23	0.127	0.685	0.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767	23
24	0.127	0.685	0.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745	24
25	0.127	0.684	0.856	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725	25
26	0.127	0.684	0.856	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707	26
27	0.127	0.684	0.855	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690	27
28	0.127	0.683	0.855	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674	28
29	0.127	0.683	0.854	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659	29
30	0.127	0.683	0.854	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.746	30
40	0.126	0.681	0.851	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551	40
60	0.126	0.679	0.848	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460	60
120	0.126	0.677	0.845	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373	120
∞	0.126	0.674	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291	∞

단측검정시에는 위의 α 를 반분(半分)하면 단측검정의 α 가 된다. 즉, 단측검정의 $\alpha=0.05$ 는 이 표에서는 $\alpha=1.0$ 을 쓴다.



〔부표 5〕 단순상관(r)과 중상관(R)의 유의성

오 차	P	독 립 변 량 수			
df		1	2	3	4
1	.05	.997	.999	.999	.999
	.01	1.000	1.000	1.000	1.000
2	.05	.950	.975	.983	.987
	.01	.990	.995	.997	.998
3	.05	.878	.930	.950	.961
	.01	.959	.976	.983	.987
4	.05	.811	.881	.912	.930
	.01	.917	.949	.962	.970
5	.05	.754	.836	.874	.898
	.01	.874	.917	.937	.949
6	.05	.707	.795	.839	.867
	.01	.834	.886	.911	.927
7	.05	.666	.758	.807	.838
	.01	.798	.855	.885	.904
8	.05	.632	.726	.777	.811
	.01	.765	.827	.860	.882
9	.05	.602	.697	.750	.786
	.01	.735	.800	.836	.861
10	.05	.576	.671	.726	.763
	.01	.708	.776	.814	.840
11	.05	.553	.648	.703	.741
	.01	.684	.753	.793	.821
12	.05	.532	.627	.683	.722
	.01	.661	.732	.773	.802
13	.05	.514	.608	.664	.703
	.01	.641	.712	.755	.785
14	.05	.497	.590	.646	.686
	.01	.623	.694	.737	.768
15	.05	.482	.574	.630	.670
	.01	.606	.677	.721	.752
16	.05	.468	.559	.615	.655
	.01	.590	.662	.706	.738
17	.05	.456	.545	.601	.641
	.01	.575	.647	.691	.724
18	.05	.444	.532	.587	.628
	.01	.561	.633	.678	.710
19	.05	.433	.520	.575	.615
	.01	.549	.620	.665	.698
20	.05	.423	.509	.563	.604
	.01	.537	.608	.652	.685
21	.05	.413	.498	.522	.592
	.01	.526	.596	.641	.674
22	.05	.404	.488	.542	.582
	.01	.515	.585	.630	.663
23	.05	.396	.479	.532	.572
	.01	.505	.574	.619	.652

오 차	P	독 립 변 량 수			
df		1	2	3	4
24	.05	.388	.470	.523	.562
	.01	.496	.565	.609	.642
25	.05	.381	.462	.514	.553
	.01	.487	.555	.600	.633
26	.05	.374	.454	.506	.545
	.01	.478	.546	.590	.624
27	.05	.367	.446	.498	.536
	.01	.470	.538	.582	.615
28	.05	.361	.439	.490	.529
	.01	.463	.530	.573	.606
29	.05	.355	.432	.482	.521
	.01	.456	.522	.565	.598
30	.05	.349	.426	.476	.514
	.01	.449	.514	.558	.591
35	.05	.325	.397	.445	.482
	.01	.418	.481	.523	.556
40	.05	.304	.373	.419	.455
	.01	.393	.454	.494	.526
45	.05	.288	.353	.397	.432
	.01	.372	.430	.470	.501
50	.05	.273	.336	.379	.412
	.01	.354	.410	.449	.479
60	.05	.250	.308	.348	.380
	.01	.325	.377	.414	.442
70	.05	.232	.286	.324	.354
	.01	.302	.351	.386	.413
80	.05	.217	.269	.304	.332
	.01	.283	.330	.362	.389
90	.05	.205	.254	.288	.315
	.01	.267	.312	.343	.368
100	.05	.195	.241	.274	.300
	.01	.254	.297	.327	.351
125	.05	.174	.216	.246	.269
	.01	.228	.266	.294	.316
150	.05	.159	.198	.225	.247
	.01	.208	.244	.270	.290
200	.05	.138	.172	.196	.215
	.01	.181	.212	.234	.253
300	.05	.113	.141	.160	.176
	.01	.148	.174	.192	.208
400	.05	.098	.122	.139	.153
	.01	.128	.151	.167	.180
500	.05	.088	.109	.124	.137
	.01	.115	.135	.150	.162
1,000	.05	.062	.077	.088	.097
	.01	.081	.096	.106	.115

참 고 문 헌

1. 蔡永岩・李榮萬・具滋玉(1983) 生物統計學. 正民社.
2. COCHRAN, W.G. & G.M. COX(1957) Experimental design. Jonn Wiley & Sons, Inc.
3. DANIEL, W.W.(1978) Applied nonparametric statistics. Houghton Mifflin Company.
4. DAVIES, R.G.(1971) Computer programming in quantitative biology. Academic Press.
5. KRAMER, C.Y.(1965) A first course in methods of multivariate analysis. Virginia Polytechnic Institute and State University.
6. 李載昌・朴聖炫・安潤基・許文烈(1983) 統計計算入門. 經文社.
7. MATHER, K. & J.L. JINKS(1982) Biometrical genetics. Chapman and Hall.
8. MYERS, R.H.(1971) Response surface methodology. Allyn and Bacon, Inc.
9. 奥野忠一(1982) 應用統計ハンドブック. 養賢堂.
10. SNEDECOR, G.W. & W.G. COCHRAN(1967) Statistical method. The Iowa State University Press.

◇著 者 紹 介◇

李 榮 萬
서울大學校 農科大學 農學科 卒
서울大學校 大學院 卒(農學碩士)
서울大學校 大學院 卒(農學博士)
農村振興廳 電算室
農村振興廳 農業技術研究所
現在 全南大學校 農科大學 敎授

崔 鳳 鎬
서울大學校 農科大學 農學科 卒
미국 Hawaii 州立大學校 大學院 卒(碩士)
미국 Missouri 州立大學校 大學院 卒(博士)
農村振興廳 作物試驗場
미국 Illinois IFSI 種子會社
現在 忠南大學校 農科大學 敎授

韓 元 植
서울大學校 農科大學 農學科 卒
서울大學校 大學院(農學碩士)
서울大學校 大學院(農學博士)
現在 農村振興廳 電算室 電算處理官



應用電算統計分析　定價 5,800 원

1986年 9月 20日 1版 1刷

納品

著　者　李榮萬·崔鳳鎬
　　　　韓元植
發行者　羅 重 烈
組版所　東亞印刷(株)
印刷所　淸雅文化社
製册所　正翰製册社

發行處　鄕 文 社
〈1957. 11. 25. 제 1-446〉
서울特別市 江南區 驛三洞 645-20
電話 538-5671~2 FAX 538-5673

ISBN 89-7187-079-6 93310